

**PROBLEMA N. 84**

Sea  $X$  una variable aleatoria con distribución absolutamente continua, función de distribución  $F(x)$  y función de densidad  $f(x)$ . Supongamos  $P(X > 0) = 1$ . Sea  $X_\beta$  la variable condicionada a  $X \leq \beta$ , siendo  $\beta > 0$  un valor constante. Se pide:

- 1) Hallar la función de densidad de  $X_\beta$ .
- 2) Sea  $\sigma(\beta)$  la desviación típica de  $X_\beta$ , que suponemos existe y es finita. Probar la desigualdad

$$\beta^2 \inf_{0 \leq x \leq \beta} \{f(x)\} \leq \sqrt{12} F(\beta) \sigma(\beta).$$

C.M. Cuadras  
Universitat de Barcelona

**PROBLEMA N. 85**

Sea  $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$  una muestra aleatoria simple de  $(X, Y)$  con distribución bivalente continua. Consideremos la hipótesis nula

$$H_0 : (X, Y) \text{ tiene la misma distribución que } (Y, X).$$

Sea  $Z = X - Y$ . Se pide:

- 1) Probar que bajo  $H_0$  la distribución de  $Z$  es simétrica respecto del origen.
- 2) Probar que aceptar

$$H_1 : \text{ la mediana de } Z \text{ es positiva,}$$

implica rechazar  $H_0$ .

- 3) Proponer un test no paramétrico para contrastar  $H_0$  frente  $H_1$ .

C.M. Cuadras  
Universitat de Barcelona