

# REPRESENTACIÓN DE DATOS EN METEOROLOGÍA MEDIANTE GRÁFICOS ANIMADOS: EPISODIOS DE LLUVIA

JORGE-LUIS NAVARRO

Universitat de Barcelona \*

*Los campos escalares, bidimensionales y dependientes del tiempo, se representan generalmente en Meteorología mediante una sucesión de imágenes o análisis separados con una interdistancia temporal adecuada. Esta técnica alcanza su máximo desarrollo en lo que se conoce como gráfico animado.*

*En el presente artículo se describen brevemente los procesos que, a partir de los datos, culminan con la generación de un análisis, imagen o fotograma, particularizando al caso de episodios de lluvia. Tras un resumen de las características de los datos y el sistema de medida, se pasa a detallar el primero de los procesos: la interpolación temporal. A éste sigue la interpolación espacial y, por último, el trazado de isopletas. También se presentan algunas evoluciones destacables extraídas de un chubasco.*

**Meteorological data representation with animated graphics:  
The case of rain events.**

**Keywords:** Animated graphics; bivariated data interpolation; rain events.

## 1. INTRODUCCIÓN

Un gráfico animado consiste en una sucesión de análisis que son proyectados mediante métodos cinematográficos, para dar una sensación de movimiento. Con esta introducción activa del tiempo se dota al investigador de una herra-

---

—Jorge-Luis Navarro - Universitat de Barcelona - Dep. de Física de la Terra i del Cosmos - Adreça particular: Passeig de Fabra i Puig, 472, 6<sup>è</sup> 1<sup>a</sup>- 08031 Barcelona.

—Article rebut el febrer de 1987.

mienta capaz de proporcionarle una visualización de la evolución temporal del fenómeno representado.

El origen de una sucesión de análisis o bien, en términos de gráficos animados, de todos los fotogramas que los componen, es el conjunto de valores estructurados denominados datos de partida:

$$(\zeta_{\alpha}^i, t_{\alpha}^i) \quad (i = 1, 2, \dots; \alpha = 1, 2, \dots, N)$$

en donde  $i$  es el índice del número de la obsevación,  $\alpha$  el indicativo del observatorio  $\alpha$ -ésimo de la red de  $N$  observatorios,  $t_{\alpha}^i$  el instante correspondiente a la  $i$ -ésima medición de  $\zeta$  en el observatorio n.º.  $\alpha$ , y  $\zeta_{\alpha}^i$  el valor obtenido. Los datos de partida para el caso de la intensidad de lluvia se describen en el apartado 2.

Como generalmente sucede que las observaciones meteorológicas tienen carácter temporal discreto, se realizan con la mínima frecuencia suficiente para apreciar la variabilidad en el tiempo del fenómeno y en algunos casos los instantes de medición no coinciden en todos los  $N$  observatorios, se requiere un tratamiento de los datos de partida para, a partir de ellos, estimar los valores de la magnitud de interés en los instantes  $\tau^J$  ( $J = 1, 2, \dots, A$ ) de los análisis o fotogramas. Es preciso indicar que la elevada velocidad de proyección de las imágenes en un film (24 imag.  $s^{-1}$ ), impone que el valor

$$\Delta\tau = \tau^{J+1} - \tau^J$$

sea varios órdenes inferior a la escala temporal del fenómeno, y que, por tanto, deba interpolarse. Un ejemplo bastará para explicarlo: si se quiere representar la evolución de una depresión extratropical, con una escala de variabilidad de aproximadamente 10 días, y considerando que se puede repetir 3 veces un mismo fotograma sin producir sensación visual de saltos bruscos, se requiere una interdistancia temporal entre fotogramas sucesivos de  $\Delta\tau = 3$  min., ¡y las observaciones sinópticas se realizan cada 3 horas!

A este tratamiento de los datos de partida hasta lograr las listas correspondientes a los valores estimados del fenómeno  $\zeta$  en los instantes  $\tau^J : \zeta^J$  (\*) se denomina interpolación temporal. Su desarrollo en el caso de la intensidad de lluvia se explicará en el apartado 3.

Llegados a este punto debe realizarse el proceso de análisis del campo  $\zeta(\vec{r}, t)$ , es decir, la reconstrucción del campo o superficie

$$\zeta^J(\vec{r}) = \zeta(\vec{r}, \tau^J)$$

---

(\*)Nota: Los instantes de fotogramas, así como cualquier magnitud referida a ellos, se indican mediante un superíndice mayúsculo.

a partir de los valores  $\zeta_{\alpha}^J$ , interpretados como

$$\zeta_{\alpha}^J = \zeta(\bar{r}_{\alpha}, \tau^J)$$

en donde  $\bar{r}_{\alpha}$  es el vector bidimensional de posición del observatorio  $\alpha$ -ésimo.

Puede realizarse el análisis subjetivamente o bien por métodos objetivos. Dos razones ineludibles abogan por lo segundo: el gran número de análisis que componen una película hacen inimaginable la tarea de elaborarlos a mano para cualquier analista; si se prosigue con el ejemplo de la película de la depresión extratropical, es preciso señalar que se compondría de 4.800 análisis distintos. La segunda razón, quizás ya innecesaria, es que si todos los análisis y el trazado de los correspondientes mapas de isopletas que los concluyen se realizasen manualmente, la proyección de una sucesión de ellos no pasaría de una confusión de curvas temblorosas con, en el mejor de los casos, una cierta tendencia a una evolución organizada. Se hubiese violado una regla de oro de toda proyección cinematográfica: la necesidad de una estrecha continuidad entre dos análisis consecutivos y distintos.

El análisis objetivo se realiza en dos procesos que se estudiarán con independencia:

**Interpolación espacial:** estimación a partir de los  $N$  valores  $\zeta_{\alpha}^J$  ( $J = 1, 2, \dots, N$ ) de los valores del campo  $\zeta(\bar{r}, t)$  en los nudos de una malla superpuesta al área geográfica sobre la que se realiza el análisis, y

**Trazado de Isopletas:** trazado automático de isopletas a través de la malla.

Se hará una revisión al primero de ellos en el apartado 4, mientras que el apartado 5 estará dedicado al segundo. En la Fig. 1 se esquematiza el conjunto de procesos, y su orden de ejecución, que dan lugar a un fotograma del gráfico animado.

## 2. DATOS DE INTENSIDAD DE LLUVIA

La magnitud que define un episodio lluvioso es la intensidad de precipitación. El sistema empleado para su medición ha sido ampliamente descrito por Puigcerver et al. (1982) y, por tanto, sólo se expondrán aquí sus características esenciales: se trata de un captador de tipo balancín, calibrado para que su recipiente basculante vuelque cuando ha caído una precipitación  $P$ , y una unidad de control cuya misión fundamental es la de registrar todos los instantes de vuelco, inicialmente mediante impresión en una banda de papel y, más recientemente, en una cápsula de memoria susceptible de leerse directamente mediante ordenador.

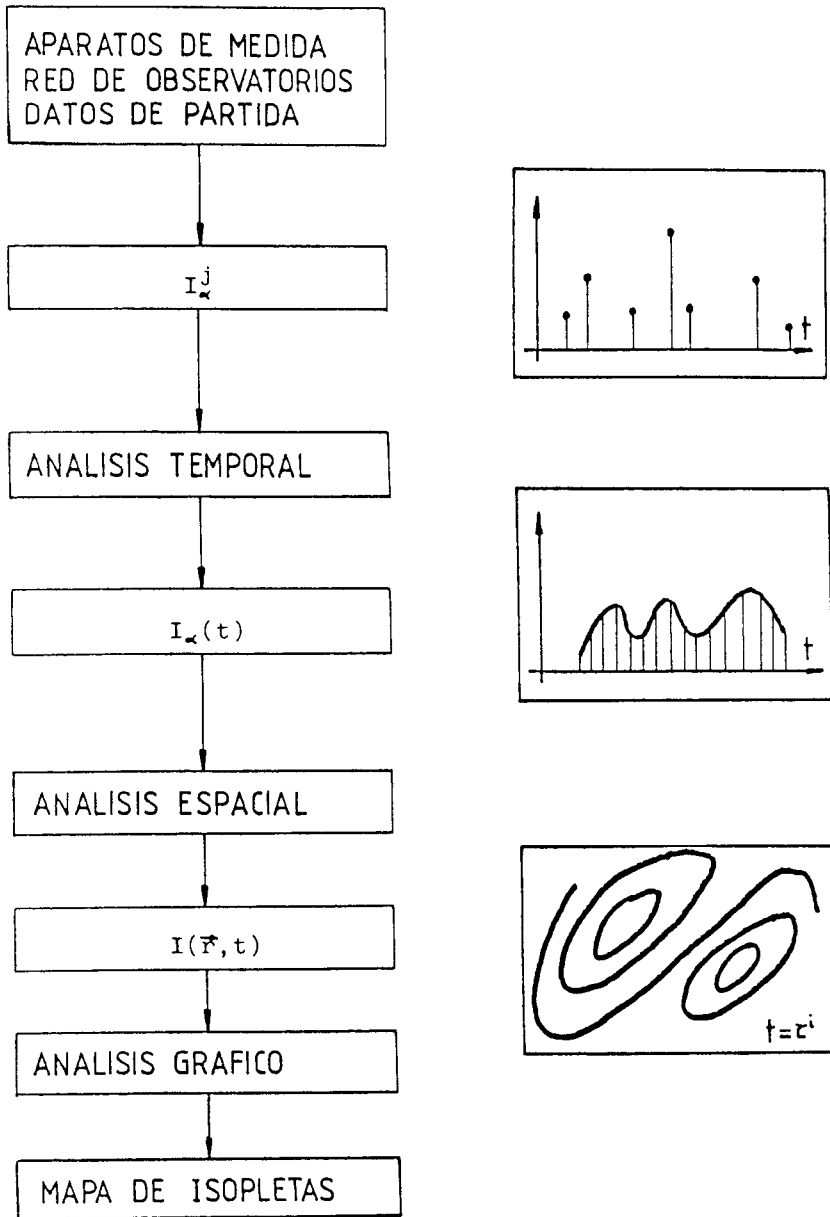


FIGURA 1. Procesos para la obtención de un fotograma de un gráfico animado.

El captador, dimensionado para que  $P = 0,2 \text{ lm}^{-2}$ , trabaja siempre lejos de la saturación ( $30 \text{ lm}^{-2} \text{ min}^{-1}$ ) y el error de medida se mantiene siempre, incluso para las intensidades mayores medidas en Barcelona ( $7,8 \text{ lm}^{-2} \text{ min}^{-1}$ ), inferior al 5%. Por otra parte el sistema electrónico es capaz de discernir vuelcos con un intervalo de  $1/4 \text{ s}$ .

La Cátedra de Física del Aire de la Univesidad de Barcelona, creó y viene manteniendo, perfeccionando, e incluso ampliando regularmente una red de observatorios con captadores como el descrito (ver Fig. 2). Cuando se preparó este trabajo había 13 unidades en funcionamiento (\*), con una densidad superficial homogénea y una distancia media entre observatorios más cercanos de unos 2,5 km.

Por tanto, el conjunto de datos de partida para la realización del gráfico animado que simbolizará un episodio lluvioso, es la intensidad media de precipitación entre dos vuelcos consecutivos, el  $j$  y el  $j + 1$ -ésimo, separados un tiempo  $h^j$  ( $h^j = t^{j+1} - t^j$ ), y que se calcula por la sencilla fórmula:

$$(2.1) \quad I_{\alpha}^j = \frac{P}{h_{\alpha}^j} \quad (j = 1, 2, \dots, V_{\alpha} - 1)$$

( $V_{\alpha}$  es el número total de vuelcos que produjo el episodio de lluvia en el observatorio n°  $\alpha$ ).

Su representación gráfica más sencilla es en la forma de una función escalonada, discontinua en los instantes de vuelco (Fig. 3.a.).

En el gráfico animado, el campo escalar representado no será la intensidad instantánea de precipitación,  $i(\vec{r}, t)$ , sino la intensidad media durante un cierto intervalo  $\Delta$ ,  $I(\vec{r}, t, \Delta)$  o, simplifcadamente cuando se dé por sobreentendido el valor de  $\Delta$ ,  $I(\vec{r}, t)$ ; definida según:

$$(2.2) \quad I(\vec{r}, t, \Delta) = \frac{1}{\Delta} \int_{t-\Delta}^t i(\vec{r}, t) dt$$

Existe una razón para la elección de este valor promediado: los relojes de todos los sistemas de medida no están conectados directamente a un mismo reloj patrón, existiendo un riesgo de asincronismo entre ellos. Con una elección adecuada de  $\Delta$  se reducen los errores de asincronismo sin suavizar excesivamente la estructura fina del chubasco. Se consideró en este trabajo  $\Delta = 2 \text{ min}$ .

---

(\*)Actualmente hay 18 y se proyecta instalar en breve tres más.

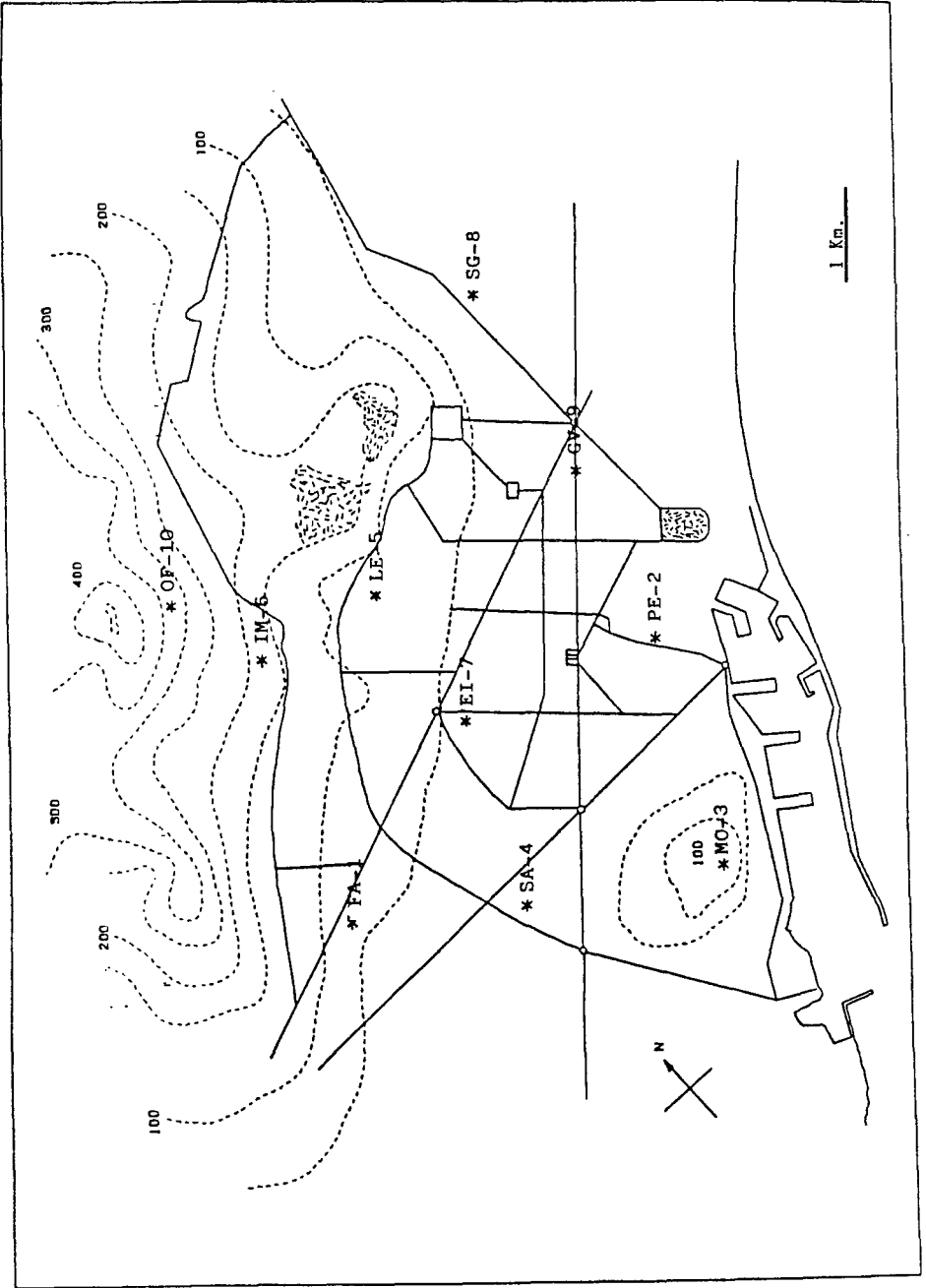


FIGURA 2. Red pluviométrica en la ciudad de Barcelona. Los observatorios están señalados con asteriscos (\*).

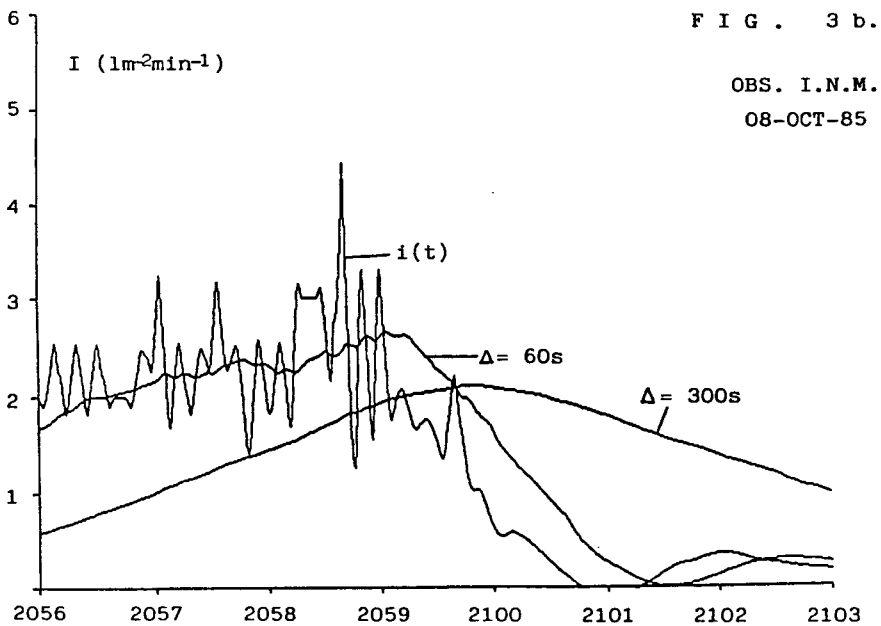
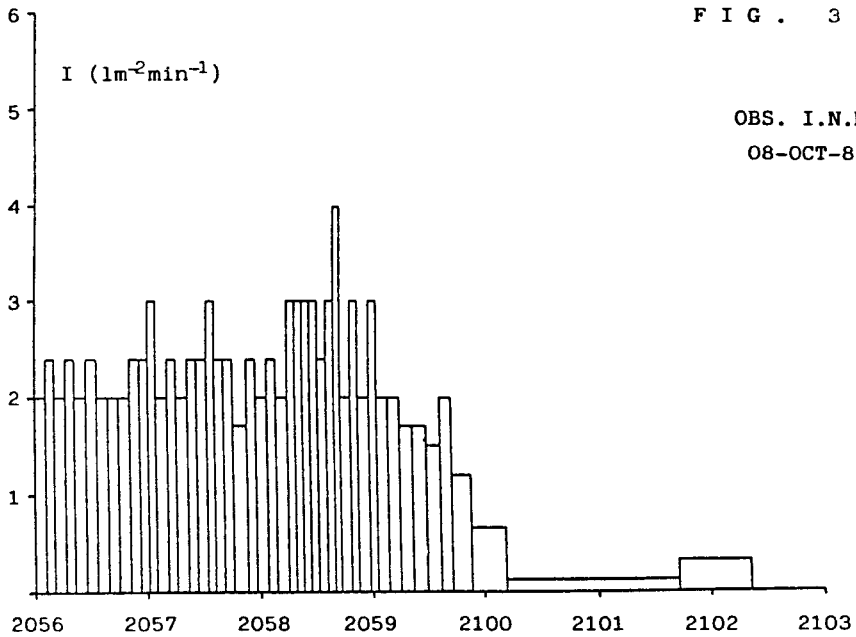


FIGURA 3. En (a) se muestra la función escalonada que representa a los datos de partida, y en (b) las correspondientes funciones intensidad instantánea  $i(t)$  e intensidades promediadas  $I(t, \Delta)$  para  $\Delta = 60s$  y  $\Delta = 300s$ .

### 3. INTERPOLACIÓN TEMPORAL

La interpolación temporal tiene como objetivo la estimación, a partir de los datos de partida, de los valores intensidad media en los instantes de fotograma  $\tau^J$  para todas las estaciones de la red. El procedimiento empleado por nosotros es el de la función interpolante, consistente en la ejecución del siguiente algoritmo:

Para cada uno de los observatorios (\*)

1. Generación de una función intensidad instantánea de precipitación  $i(t)$ , compatible con los datos.
2. Cálculo de la función intensidad media  $I(t)$  a partir de (2.2).
3. Evaluación de  $I(t)$  en los instantes  $\tau^J$ :

$$(3.1) \quad I^J = I(\tau^J)$$

De las propiedades de  $I(t)$  depende la verosimilitud del resultado final. Nuestra particular elección fue la siguiente:

**Propiedad 1:** El interpolante  $i(t)$  es una función polinómica a trozos, con coeficientes definidos para cada uno de los intervalos  $(t^j, t^{j+1})$  comprendidos entre dos instantes consecutivos de vuelcos. El grado de los polinomios,  $R$ , es el mismo para todos los intervalos. Expresado matemáticamente:

$$(3.2) \quad \begin{aligned} i(t) &= p^j(t) & t \in (t^j, t^{j+1}) \\ p^j(t) &= \sum_{k=0}^R a_k^j (t - t^j)^k \end{aligned}$$

**Propiedad 2:** El valor medio de  $i(t)$  para cada uno de los intervalos  $(t^j, t^{j+1})$  es  $P/h^j$ . Es decir, si la intensidad de precipitación hubiese sido precisamente  $i(t)$ , se reproducirían todos y cada uno de los vuelcos registrados.

$$(3.3) \quad \int_{t^j}^{t^{j+1}} p^j(t) dt = P$$

---

(\*)Suprimimos el subíndice indicativo de la estación para simplificar.



**Propiedad 3:** La continuidad de  $I(t)$  es del tipo  $C^2$ , es decir con segunda derivada continua. Equivale a especificar continuidad  $C^1$  para  $i(t)$ .

La necesidad de imponer un cierto grado de continuidad proviene del hecho de que la proyección del gráfico animado debe producir una sensación al espectador de evolución suave. Aunque se conocen otros criterios que consideran suficiente  $I(t) \in C^0$  (Grotjahn y Chervin, 1984), es destacable la falta de estudios serios para limitar el grado de variación de un fotograma al siguiente.

Para que el interpolante  $i(t)$  sea  $C^1$ , se prescriben unos valores de  $i(t)$  e  $\dot{i}(t) = di/dt$  en los tiempos de vuelco, y se obliga a que el interpolante los satisfaga.

Si los valores prescritos son  $i^j$  e  $\dot{i}^j$  en  $t^j$ , debe cumplirse:

$$(3.4) \quad \begin{aligned} p^{j-1}(t^j) &= i^j = p^j(t^j) \\ \dot{p}^{j-1}(t^j) &= \dot{i}^j = \dot{p}^j(t^j) \end{aligned}$$

En el interior de los intervalos la función polinómica asegura un comportamiento  $C^\infty$ .

El mínimo grado de los polinomios con grados de libertad suficientes para satisfacer las cinco condiciones derivadas de las propiedades (dos de valor del polinomio en los extremos del intervalo, dos del valor de la derivada y una de valor medio), es de 4. Escogemos entonces  $R = 4$ :

$$(3.5) \quad p^j(t) = \sum_{k=0}^4 a_k^j (t - t^j)^k$$

Para cada uno de los intervalos, sus coeficientes  $a_k^j$  se obtienen por resolución del sistema lineal de ecuaciones que proviene de imponer las condiciones a la expresión general (3.5), la solución es:

$$(3.6) \quad \begin{aligned} a_0^j &= i^j & a_1^j &= \dot{i}^j \\ \begin{pmatrix} a_2^j \\ a_3^j \\ a_4^j \end{pmatrix} &= \frac{30}{h^9} \begin{pmatrix} h^6 & -\frac{2}{5}h^7 & \frac{1}{20}h^8 \\ -2h^5 & \frac{14}{15}h^6 & -\frac{2}{15}h^7 \\ h^4 & -\frac{1}{2}h^5 & \frac{1}{12}h^6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P - i^j h - \dot{i}^j \frac{h^2}{2} \\ i^{j+1} - i^j - \dot{i}^j h \\ \dot{i}^{j+1} - \dot{i}^j \end{pmatrix} \\ h &= t^{j+1} - t^j \end{aligned}$$

Los valores  $i^j$ ,  $\dot{i}^j$  se obtienen mediante el esquema propuesto por Redaño y Alonso (1985), a partir de un desarrollo en serie de Taylor de  $i(t)$  centrada en  $t^j$  y despreciando términos de tercer grado y superiores:

$$(3.7) \quad \begin{aligned} i^j &= \frac{(I^j)^2 + (I^{j-1})^2}{I^j + I^{j-1}} \\ \dot{i}^j &= 2 \frac{I^j - i^j}{h^j} \end{aligned}$$

Debe recordarse ahora que la función interpolante intensidad instatánea  $i(t)$ , definida en (3.5) y (3.6), es sólo un paso intermedio de la interpolación temporal (ver Fig. 3.b). La evaluación de  $I(t)$  en los instantes  $\tau^J$ , se hace según:

$$(3.8) \quad \begin{aligned} I^J = I(\tau^J) &= \frac{1}{\Delta} \left[ \int_{\tau^J - \Delta}^{t^{s+1}} p^s + (r-s)P + \int_{t^r}^{\tau^J} p^r \right] \\ \tau^J &\in (t^r, t^{r+1}) \\ \tau^J - \Delta &\in (t^s, t^{s+1}) \quad r \geq s \end{aligned}$$

#### 4. INTERPOLACIÓN ESPACIAL

Los  $N$  valores  $I_\alpha^J (\alpha = 1, 2, \dots, N)$  constituyen un muestreo del fenómeno  $I(\vec{r}, t)$  en el instante  $\tau^J$ . A partir de estos datos dispersos, se podría dibujar a mano el correspondiente mapa de isopletas; sin embargo el algoritmo de trazado automático requiere como paso previo que la información en los  $N$  puntos distribuidos irregularmente se transfiera a una malla rectangular superpuesta a la región de análisis. Además, se simplifica el cálculo de diversas magnitudes, por ejemplo intensificación o debilitamiento, cantidad total de precipitación en zonas concretas, traslación de máximos, etc.

Antes de pasar a describir el procedimiento seguido, son necesarias algunas puntualizaciones importantes para su elección:

- La interdistancia media entre los observatorios (2,5 km), así como su distribución, limita a un cierto valor la escala espacial  $L$  de los sucesos detectables mediante la red. Por tanto, puede calificarse de presuntuoso suponer que son reales los rasgos que aparezcan en el análisis con una escala inferior a  $L$ . Esos sólo podrán detectarse densificando la red. Como consecuencia el procedimiento de interpolación espacial no debe introducir "rasgos espúreos".

- Debe ser un esquema rápido dado que el número total de fotografías es elevado. Se prefiere sacrificar procedimientos basados en la precisión (la minimización de los errores estadísticos cometidos al interpolar - Método de Interpolación Óptima de Gandin (1963)), complicados de implementar, por otros más sencillos que proporcionen análisis verosímiles.

La interpolación espacial se realiza, a semejanza de lo que ocurría en la interpolación temporal, en dos partes:

Para cada uno de los tiempos  $\tau^J$  de fotografía (\*)

1. Generación de una superficie interpolante  $I(\vec{r})$  a partir de los valores  $I_\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, \dots, N$ ).
2. Evaluación de  $I(\vec{r})$  en los nudos  $\vec{r}_{ST}$  de la retícula:

$$(4.1) \quad I_{ST} = I(\vec{r}_{ST}) \quad (S = 1, \dots, N_x, T = 1, \dots, N_y)$$

con  $\vec{r}_{ST} = (x_S, y_T)$ ,  $x_S - x_{S-1} = \Delta_x$ ,  $y_T - y_{T-1} = \Delta_y$ , siendo  $\Delta_x$  y  $\Delta_y$  los pasos de malla en las direcciones del eje  $x$  e  $y$  respectivamente,  $N_x$  y  $N_y$  el número de celdas elementales según las respectivas direcciones.

Las propiedades que imponemos a  $I(\vec{r})$  son las siguientes:

**Propiedad 1:** La superficie interpolante "pasa" por sus datos, es decir, verifica

$$I(\vec{r}_\alpha) = I_\alpha$$

**Propiedad 2:**  $I(\vec{r})$  es una función continua y de gradiente continuo:

$$(4.2) \quad I(\vec{r}) \in C^{1,1}(\mathbf{R}^2)$$

La primera de ellas es necesaria pues es obvio que el análisis no debe contradecir los datos. La propiedad 2 nos asegura la suavidad del análisis.

Para generar la superficie  $I(\vec{r})$  se sigue el procedimiento propuesto por Nielson (1980, 1983). De un modo aproximado, puede considerarse como una generalización a dos variables de la interpolación unidimensional "a trozos":  $I(\vec{r})$  está definida mediante una expresión matemática formalmente igual pero con coeficientes distintos, en cada uno de los dominios triangulares en que se ha partido la región interior a la frontera convexa (\*). Los triángulos tienen sus vértices en los observatorios de la red; por tanto, puede escribirse:

(\*)Suprimiremos el superíndice indicativo del tiempo de fotografía para simplificar.

(\*)La Frontera Convexa de un conjunto de puntos es la región convexa más pequeña que contiene al conjunto.

$$(4.3) \quad I(\vec{r}) = P_{\alpha\beta\gamma}(\vec{r}) \quad \vec{r} \in \mathcal{T}_{\alpha\beta\gamma} \quad \alpha, \beta, \gamma \in \{1, 2, \dots, N\}$$

donde  $\mathcal{T}_{\alpha\beta\gamma}$  es un dominio triangular de vértices en los observatorios  $\alpha, \beta$  y  $\gamma$  (en los puntos  $\vec{r}_\alpha, \vec{r}_\beta$  y  $\vec{r}_\gamma$ ), y  $P_{\alpha\beta\gamma}(\vec{r})$  es la función de interpolación de Nielson particularizada para el dominio triangular (ver Fig. 4).

El tema de la partición en dominios triangulares ha sido tratado por muchos autores; remitimos al lector al artículo de Lawson (1977), que contiene una discusión completa y muy ilustrativa de aquél. Simplemente comentamos que la calidad del resultado final según el método de Nielson es muy sensible a la elección de la triangulación.

Se asegura una continuidad global para  $I(\vec{r})$  del tipo  $C^{1,1}$  si la expresión matemática  $P_{\alpha\beta\gamma}(\vec{r})$  pertenece a dicho tipo en  $\mathcal{T}_{\alpha\beta\gamma}$  y si al pasar a través de un lado común a dos triángulos no se produce ningún salto de la superficie  $I(\vec{r})$ , ni de su gradiente  $\nabla I(\vec{r})$ . La elección de una función de tipo racional sin raíces del denominador en  $\mathcal{T}_{\alpha\beta\gamma}$ , como es la de Nielson, es suficiente para verificar la primera condición, mientras que la continuidad  $C^{1,1}$  en los lados requiere una mayor atención: para lograrla se prescriben los valores de la restricción de  $I(\vec{r})$  y  $\nabla I(\vec{r})$  a los lados de los triángulos y se interpolan estos valores hacia interior sin modificarlos.

El procedimiento seguido para realizar las prescripciones a partir de los datos  $I_\alpha$  es el siguiente (Fig. 5):

– El gradiente en los puntos  $\vec{r}_\alpha, \nabla I_\alpha$ , se obtiene como combinación lineal de los valores  $\nabla I_{\alpha\beta}$ , definidos según

$$\nabla I_{\alpha\beta} = \frac{I_\beta - I_\alpha}{|\vec{r}_\beta - \vec{r}_\alpha|} \cdot \hat{n}_{\alpha\beta} \quad \text{con} \quad \hat{n}_{\alpha\beta} = \frac{\vec{r}_\beta - \vec{r}_\alpha}{|\vec{r}_\beta - \vec{r}_\alpha|}$$

y que pueden considerarse como una primera aproximación del valor del gradiente en la dirección  $\hat{n}_{\alpha\beta}$ .

– La restricción de  $I(\vec{r})$  a un lado  $L_{\alpha\beta}$  de  $\mathcal{T}_{\alpha\beta\gamma}$  es un polinomio de grado 3, que se obtiene por el proceso de interpolación de Hermite a partir de los valores  $I_\alpha, I_\beta, \nabla I_\alpha \cdot \hat{n}_{\alpha\beta}, \nabla I_\beta \cdot \hat{n}_{\beta\alpha}$  (valores de la función y su derivada en los extremos de intervalo).

– La componente normal a  $L_{\alpha\beta}$  de  $\nabla I(\vec{r})$  se obtiene simplemente haciéndola variar linealmente entre los valores que tiene en  $\vec{r}_\alpha$  y  $\vec{r}_\beta$ . La componente del gradiente en la dirección de  $L_{\alpha\beta}$  ya está definida en la restricción de  $I(\vec{r})$  al mismo.

La interpolación de los valores prescritos en la frontera hacia el interior del triángulo, o bien, el “rellenado” de los triángulos es obtenida por Nielson para

un triángulo estándar, de vértices en  $(0,0)$ ,  $(1,0)$  y  $(0,1)$ , que puede hacerse equivalente a cualquier triángulo de la partición mediante una sencilla correspondencia afín.

El empleo de coordenadas baricéntricas locales  $(b_\alpha, b_\beta, b_\gamma)$  en vez de las cartesianas  $(x, y)$  simplifica la formulación final. Consideramos que el lector está familiarizado con ellas, por lo que nos limitaremos a dar las fórmulas de cambio entre unas y otras:

$$x = b_\alpha x_\alpha + b_\beta x_\beta + b_\gamma x_\gamma$$

$$y = b_\alpha y_\alpha + b_\beta y_\beta + b_\gamma y_\gamma$$

$$1 = b_\alpha + b_\beta + b_\gamma$$

La expresión matemática obtenida por Nielson, y que cumple todas las proposiciones anteriores, es la siguiente:

$$P_{\alpha\beta\gamma}(\vec{r}) = \sum_{\substack{(\rho, \sigma, \eta) \in \{(\alpha, \beta, \gamma), \\ (\beta, \gamma, \alpha), (\gamma, \alpha, \beta)\}}} [I_\rho \omega_{\rho\sigma\eta} + \nabla I_\rho \cdot (\vec{r}_\sigma - \vec{r}_\rho) \hat{\omega}_{\rho\sigma\eta} + \nabla I_\rho \cdot (\vec{r}_\eta - \vec{r}_\rho) \hat{\omega}_{\rho\eta\sigma}]$$

$$\omega_{\rho\sigma\eta} = b_\rho^2(3 - 2b_\rho) + 6vb_\rho(b_\eta\theta_{\rho\sigma} + b_\sigma\theta_{\rho\eta})$$

$$\hat{\omega}_{\rho\sigma\eta} = b_\rho^2b_\eta + vb_\rho(3b_\eta\theta_{\rho\sigma} + b_\sigma - b_\eta)$$

$$(4.4) \quad v = \frac{b_\rho b_\sigma b_\eta}{b_\rho b_\sigma + b_\rho b_\eta + b_\sigma b_\eta}$$

$$\theta_{\rho\sigma} = \frac{|\vec{r}_\eta - \vec{r}_\sigma|^2 + |(\vec{r}_\eta - \vec{r}_\rho)|^2 - |(\vec{r}_\rho - \vec{r}_\sigma)|^2}{2|(\vec{r}_\rho - \vec{r}_\sigma)|^2}$$

El esquema de Nielson genera una superficie (4.3) y (4.4), que sólo está definida en el interior de la frontera convexa. Sin embargo, el fotograma o análisis y, por tanto, el retículo superpuesto, suele representar un área rectangular más extensa. Por tanto, es preciso extrapolar hasta llegar a los márgenes del mapa. Los resultados más satisfactorios provienen de considerar que la intensidad decrece a 0 a una distancia suficiente de la zona cubierta por la red de observatorios; para ello se localizan otros observatorios imaginarios, que no registran intensidad en precipitación, de modo que su frontera convexa contenga en su interior al área de fotograma. De este modo es aplicable la misma técnica de Nielson, sobre el nuevo conjunto de observatorios: los reales y los imaginarios.

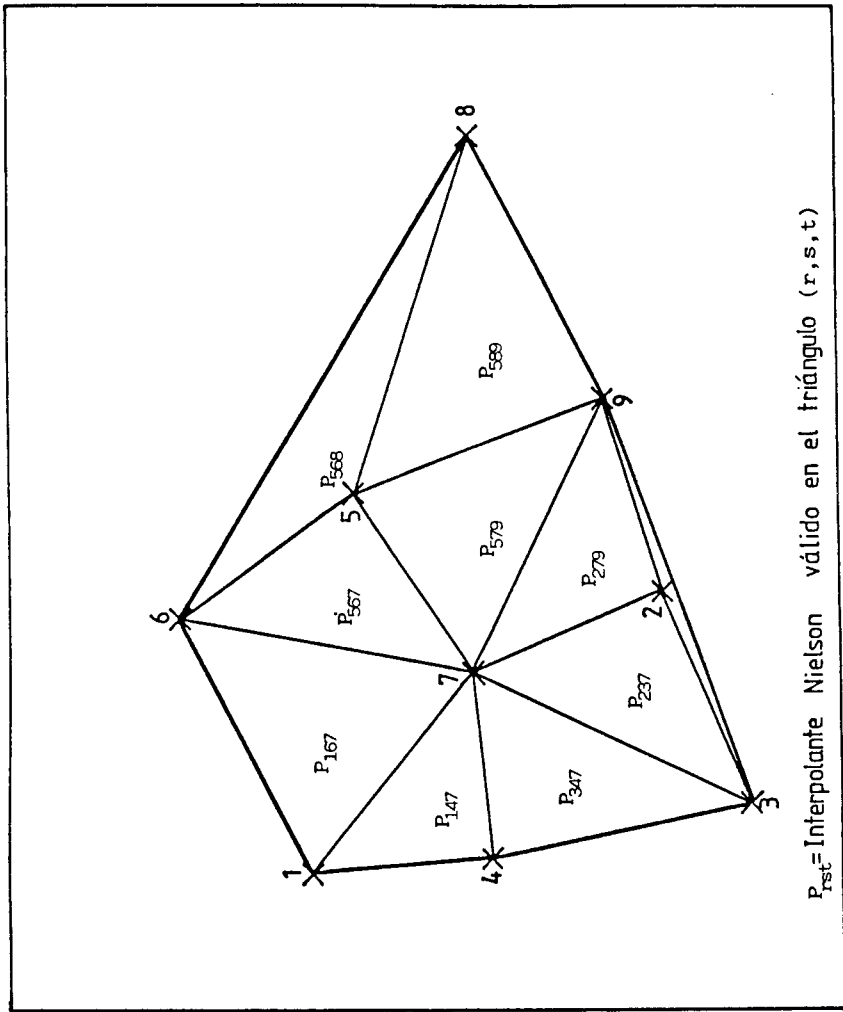


FIGURA 4. Conjunto de observatorios que suministraron datos para los análisis del apartado 6. Se esquematiza la interpolación espacial a trozos, la frontera convexa (trazo mas grueso) y la triangulación seleccionada.

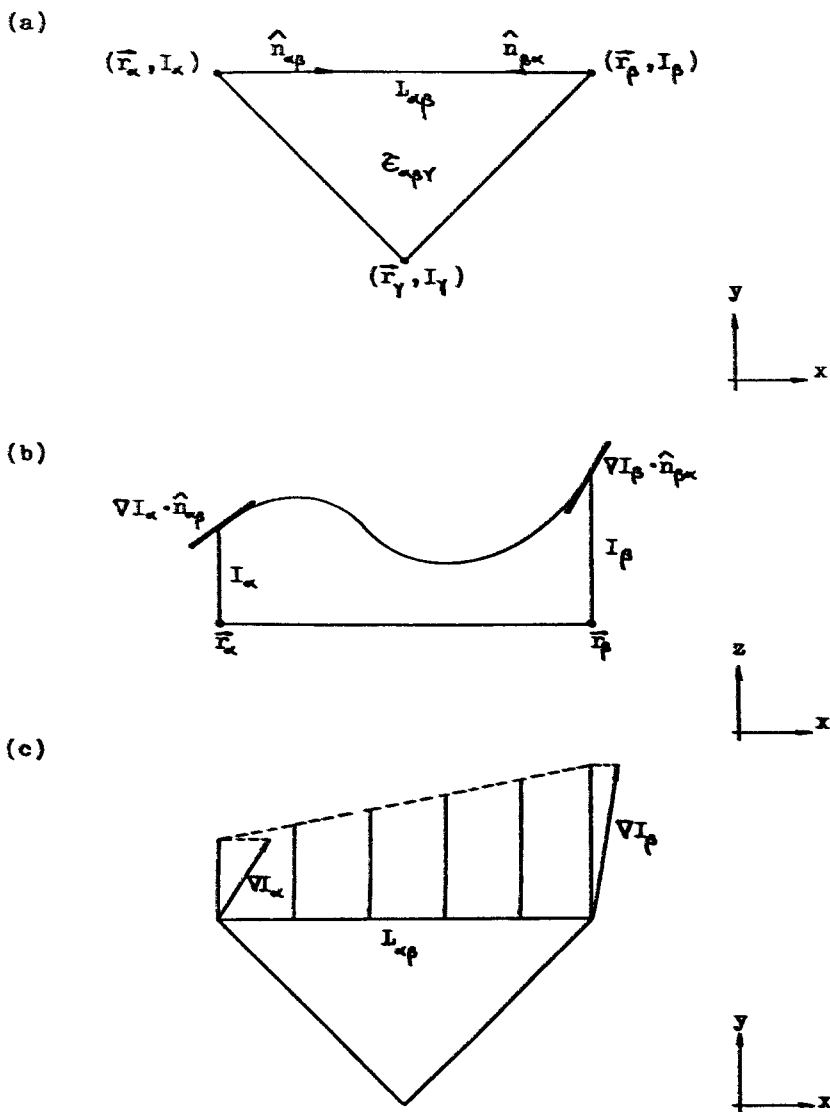


FIGURA 5. Prescripción de los valores de  $I(\vec{r})$  y  $\nabla I(\vec{r})$  en un lado de la triangulación  $L_{\alpha\beta}$ : en (a) se define el triángulo, el lado y se especifican los valores iniciales; en (b) se esquematiza la asignación de los valores de  $I(\vec{r})$  y componente de  $\nabla I(\vec{r})$  según la dirección del lado y en (c) de la componente de  $\nabla I(\vec{r})$  perpendicular al lado.

Una vez se ha construido  $I(\vec{r})$ , se muestra en los nudos  $\vec{r}_{ST}$  obteniendo el conjunto de valores  $I_{ST}$  sobre los que se operará el algoritmo de trazado automático de isopletas.

## 5. TRAZADO DE ISOPLETAS

Por celda elemental rectangular entendemos la frontera y región interior del rectángulo de vértices, en concreto para la celda  $(S, T)$ ,  $\vec{r}_{ST}$ ,  $\vec{r}_{S+1T}$ ,  $\vec{r}_{ST+1}$ ,  $\vec{r}_{S+1T+1}$ .

El esquema empleado considera una única celda de la retícula, calcula y traza los segmentos de isopletas contenidos en ella, y pasa a la siguiente. No se trata, pues, de dibujar una isopleta a lo largo de toda la región de análisis, y luego efectuar lo mismo con otra de diferente valor, tal y como se realizaría de modo manual.

El algoritmo se define por el modo de operar sobre una celda: seleccionada una celda de la retículo  $(S, T)$  y una de las isopletas a dibujar,  $I_0$ ,

1. Comparar los valores de intensidad en los cuatro vértices de la celda, con  $I_0$ :
  - Si son los cuatro simultáneamente mayores o menores que  $I_0$ , la curva de nivel  $I_0$  no pasa por la celda; en caso contrario,
2. Determinar los puntos de intersección de la isopleta  $I_0$  con la frontera de la celda  $(S, T)$ , considerando una variación lineal de  $I(\vec{r})$  entre dos de sus vértices consecutivos.
3. Si se obtienen dos puntos de intersección, unirlos mediante un segmento recto (que es una aproximación al recorrido de la isopleta  $I_0$  por el interior de la celda  $(S, T)$ ).
4. En caso de obtener cuatro puntos de intersección (uno por cada lado), existen tres posibles modos de unirlos dos a dos mediante segmentos. Se deshace la indeterminación si se buscan los puntos de intersección sobre cada una de las fronteras de los cuatro triángulos que se forman con el punto central de la celda y dos vértices consecutivos de la celda. Al centro se le asigna, sencillamente, la media aritmética de los valores de intensidad en los cuatro vértices (ver Fig. 6).

Con este procedimiento, y barriendo adecuadamente el conjunto de celdas y de isopletas a dibujar, queda completado el análisis correspondiente a un fotograma de la película.



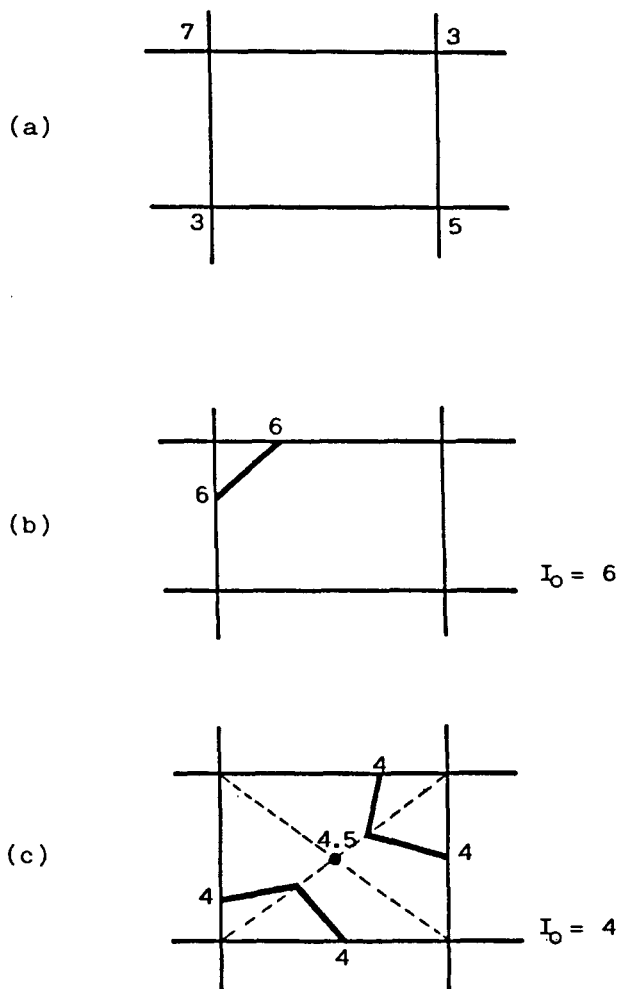


FIGURA 6. Trazado de las isopletas en una celda elemental: en (a) se muestra el valor del campo en los vértices; en (b) se traza la isopleta de valor  $I_0 = 6$  a partir de los dos puntos de intersección; en (c), con  $I = 4$ , se obtienen cuatro puntos de intersección.

## 6. APLICACIÓN: CHUBASCO DEL 8-OCT-85

Presentamos a continuación una breve muestra de los resultados de la aplicación del método a un episodio de lluvia destacable: el chubasco que tuvo lugar la noche del 8-Oct-85 en Barcelona. Se trata de un chubasco muy intenso, enmarcado en las virulentas situaciones otoñales de Levante sobre la región catalano-levantina. En algunos observatorios la cantidad total recogida superó los  $100 \text{ lm}^{-2}$  ( $127 \text{ lm}^{-2}$  en Petritxol, en poco más de 3 horas), registrándose intensidades medias de  $4 \text{ lm}^{-2} \text{ min}^{-1}$  (3 s entre dos vuelcos sucesivos).

En la Fig. 7 se indican unos valores a partir de los cuales se ha efectuado la interpolación espacial, y se presenta el mapa de isopletas correspondiente. Como se puede apreciar, éste no difiere excesivamente del que realizaría de modo subjetivo un analista experto.

En la Fig. 8 se muestran dos intervalos de la evolución del chubasco:

– Entre las 2030 y 2034 TMG un núcleo convectivo se desplaza hacia el SW de la ciudad, y posteriormente se debilita (Fig. 8.a.).

– El análisis de las 2056 TMG muestra una configuración de dos máximos, que se intensifica en los instantes posteriores. A las 2102 TMG la situación ha cambiado radicalmente: sería necesaria una menor interdistancia entre fotografías.

En un futuro artículo se ofrecerá la evolución íntegra de un episodio lluvioso desde su origen hasta su extinción, obtenida por la aplicación del conjunto de procedimientos expuestos en el presente artículo.

## 7. CONCLUSIÓN

Para la realización de un gráfico animado en Meteorología, en que los datos de partida están localizados en observatorios y tienen carácter temporal discreto, son necesarios dos procesos de interpolación: uno temporal –unidimensional– y uno espacial –bidimensional–.

En el artículo se presenta la aplicación específica de la representación de un episodio de lluvia, describiendo la naturaleza de los datos de partida, los esquemas de interpolación temporal y espacial implementados, el tipo de análisis gráfico o trazado de isopletas empleado, y presentando, finalmente, algunos ejemplos.

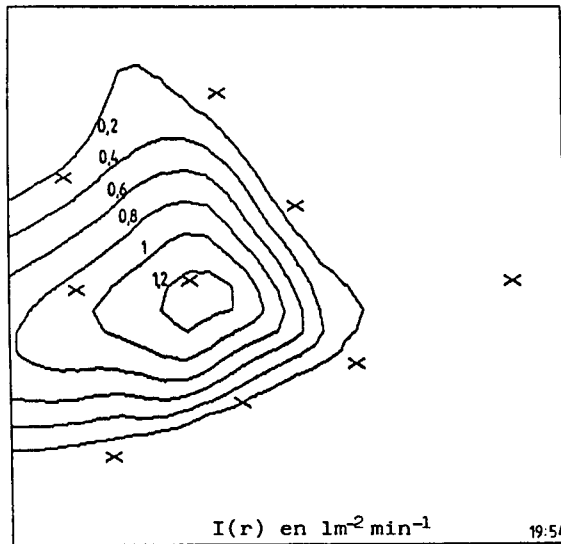
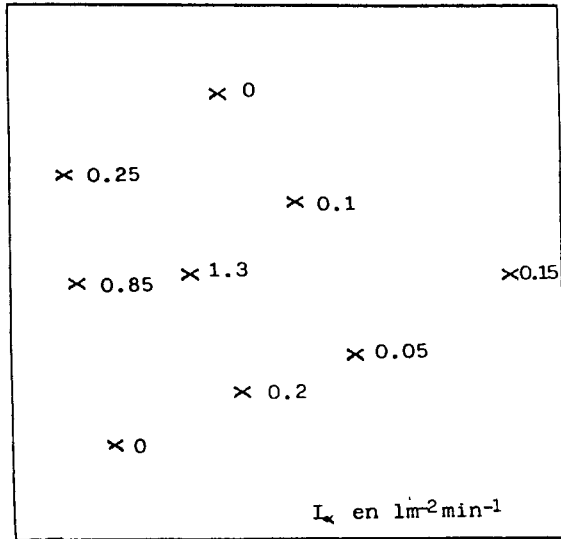
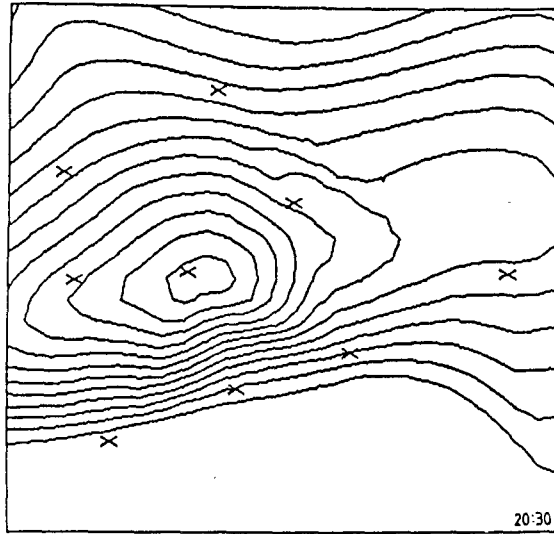
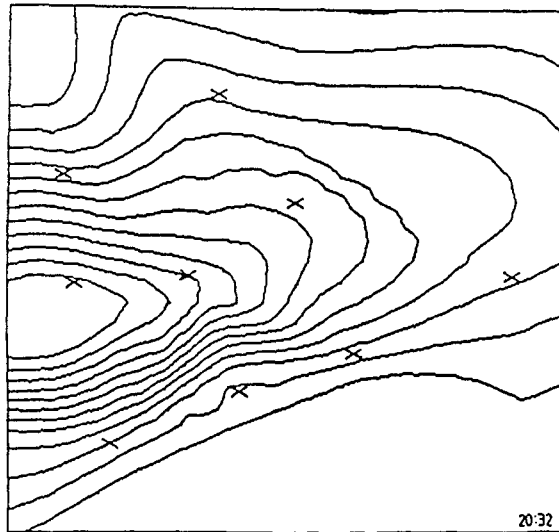


FIGURA 7. En (a) se muestran los valores  $I(\Delta = 120\text{s})$  para las 1954 TMG; el correspondiente análisis de isopletas se presenta en (b). Todos los valores están dados en  $\text{lm}^{-2}\text{min}^{-1}$ .

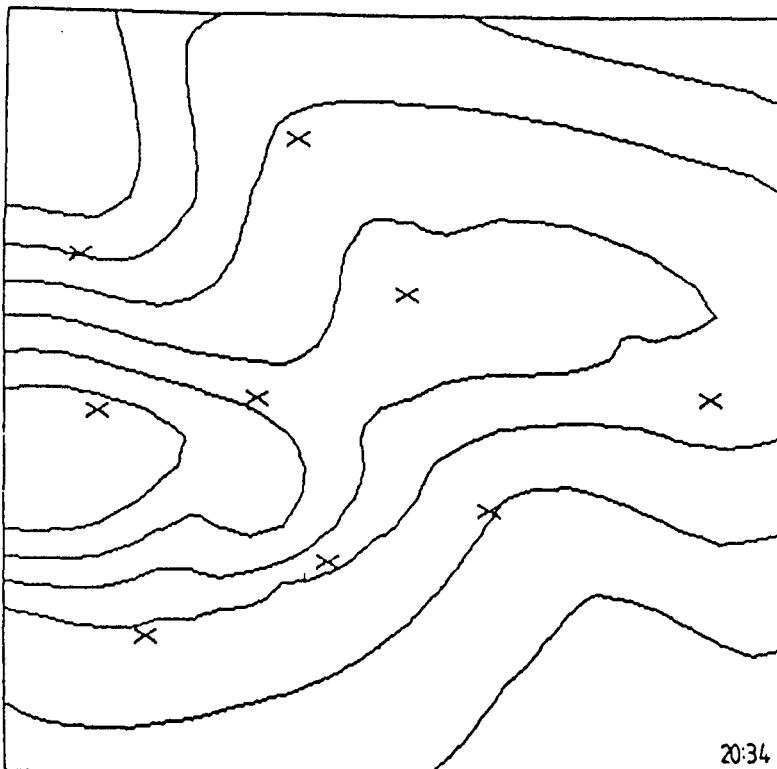


2030 TMG

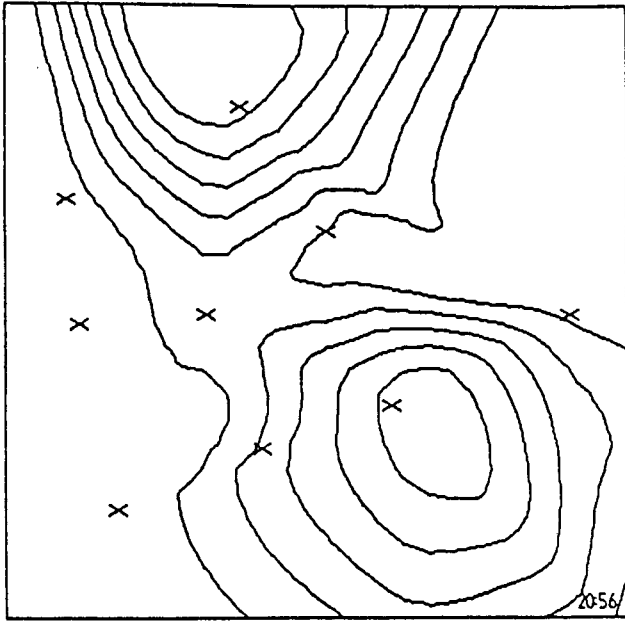


2032 TMG

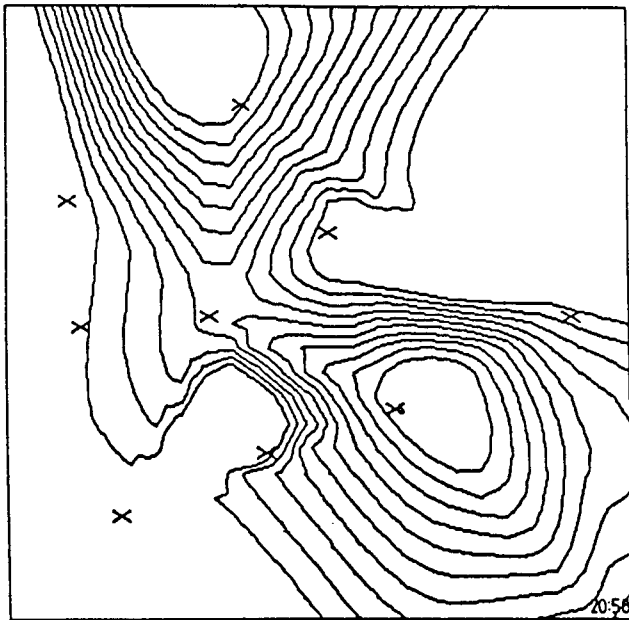
FIGURA 8. Dos intervalos en la evolución del chubasco: (a) desde las 2030 a las 2034 TMG y (b) desde las 2056 a las 2102 TMG. Valores en  $1\text{m}^{-2} \text{min}^{-1}$ . Interdistancia entre isopletas:  $0,2 \text{m}^{-2} \text{min}^{-1}$ .



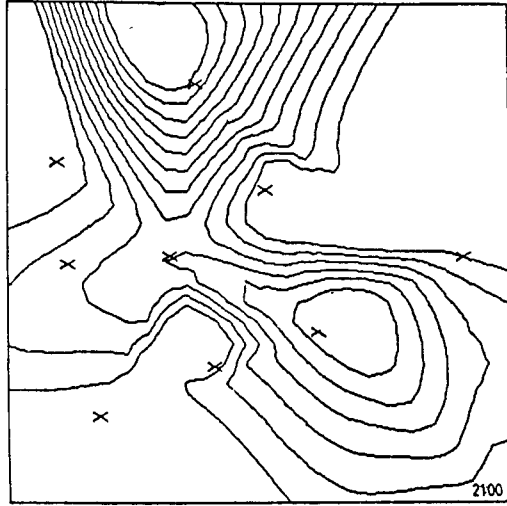
2034 TMG



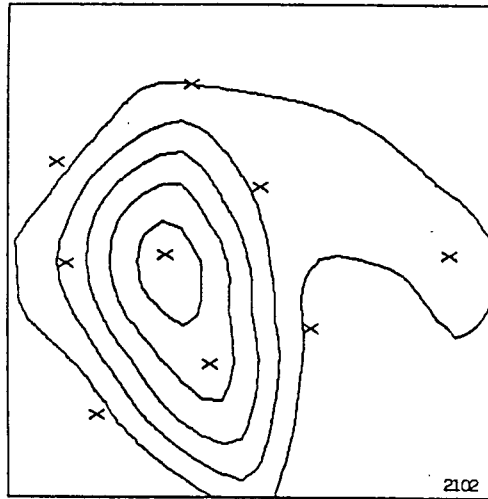
2056 TMG



2058 TMG



2100 TMG



2102 TMG

FIGURA 8. Dos intervalos en la evolución del chubasco: (a) desde las 2030 a las 2034 TMG y (b) desde las 2056 a las 2102 TMG. Valores en  $1\text{m}^{-2} \text{min}^{-1}$ . Interdistancia entre isopletas:  $0,2 \text{m}^{-2} \text{min}^{-1}$ .

## BIBLIOGRAFÍA

- **Gandin, L.S.**, 1963: "Objective Analysis of Meteorological Fields". Israel Prog. Sci. Transl., Jerusalem, 19.
- **Grotjahn, R. y R.M. Chervin**, 1982: "Computer Animation of Mid-Latitude FGGE Data". Proc. Ninth Conference on Weather Forecasting and Analysis, 28 jun.—1jul., 1982, Seattle, Wash, 342-343.
- **Lawson**, 1977, "Software for  $C^1$  Surface Interpolation", en J.R. Rice, ed, *Mathematical Software*. New York.
- **Nielson, G.M.**, 1980: "Minimum Norm Interpolation in Triangles". SIAM J. Numer. Anal., 17, 44-62.
- **Nielson, G.M.**, 1983: "A Method for Interpolating Scattered Data Based Upon a Minimum Norm Network". Mathematics of Computation, 40, 253-271.
- **Puigcerver, M., S. Alonso y J. Lorente**, 1982: "Un pluviómetro Automático de Balancín". Rev. de Geofísica, 38, 139-148.
- **Redaño, A. y S. Alonso**, 1985: "Determinación de la Intensidad de Precipitación a partir de los Datos de un Pluviómetro de Balancín". XX Bienal de la RSEF., Sitges (Barcelona), 1985.