

COORDINACIÓ HIDRO-TÈRMICA EN LA GENERACIÓ D'ELECTRICITAT PER FLUXOS NO LINEALS MULTIARTICLE EN XARXES

NARCÍS NABONA i FRANCISCO

Universitat Politècnica de Catalunya

La coordinació hidro-tèrmica a llarg termini tracta de trobar, per a cada interval en el que hom subdivideix un període llarg de temps, els nivells de generació hidràulica a cada embassament que minimitzin el cost esperat de la generació tèrmica del període, tenint en compte que els grups tèrmics no estan sempre disponibles, i considerant les distribucions de probabilitat per a cada interval, de la demanda, i de les aportacions d'aigua de cada embassament.

S'estén aquí la tècnica dels fluxos no lineals en xarxes, aplicada ja per a aportacions deterministes, al cas d'aportacions donades com a distribució de probabilitat, emprant fluxos multiarticle en xarxes. Es veu com pot modelitzar-se correctament el problema de llarg termini per aquest procediment, fins i tot en el cas de consideració conjunta de diverses conques hidràuliques amb aportacions només parcialment dependents, i també quan s'inclou l'optimització de les compres i del consum de carbó en les distintes centrals tèrmiques.

S'inclou un exemple d'aplicació d'aquestes tècniques junt amb resultats computacionals.

Hydrothermal coordination of electricity generation through nonlinear multicommodity network flows.

Keywords: Network flows, optimization, stochastic process, hydraulic resources, electricity generation.

—Narcís Nabona i Francisco - U.P.C. Dept. d'Estadística i Investigació Operativa - Pau Gargallo, 5 - 08028 Barcelona.

—Article rebut l'agost de 1988.

1. INTRODUCCIÓ

La Coordinació Hidro-Tèrmica a Llarg Termini de la generació elèctrica és un dels més importants problemes que s'ha de resoldre periòdicament, en la gestió de tota companyia elèctrica que disposi d'un parc de generació mixt: amb centrals de producció hidràuliques i amb centrals tèrmiques.

La solució que es cerca indica com cal anar dosificant al llarg d'un període llarg de temps (p.e.: un any) la generació d'origen hidràulic -sense cost- en cada un dels embassaments del sistema d'aprofitaments hidràulics, per tal de que el cost esperat de la producció tèrmica al llarg del període considerat, sigui el mínim.

La diferència fonamental entre la Coordinació Hidro-Tèrmica a Llarg Termini i de la de Curt Termini, a part de la durada del període al que s'aplica, rau en que, tant la disponibilitat dels grups tèrmics, com la demanda d'electricitat i les aportacions d'aigua als embassaments a cada interval, no són deterministes, sinó només conegudes con a distribucions de probabilitat. Les demandes i les disponibilitats probabilistes dels grups tèrmics, poden ser modelitzades adequadament a través de les funcions de cost probable de producció respecte a la generació hidràulica. Aquestes funcions han de ser calculades prèviament per a cada interval de temps en el que hom subdivideix el període d'estudi, mitjançant tècniques ja conegudes (Balériaux et al. 1967, i Viramontes i Hamilton 1978). El problema que roman és el de minimitzar respecte a les generacions hidràuliques, la suma de les funcions deduïdes de cost probable de producció de cada interval, tenint en compte que les aportacions d'aigua a cada interval que cal considerar son estocàstiques.

Per a la Coordinació de Curt Termini, a més dels mètodes clàssics basats en la programació dinàmica (Engles et al. 1976), s'han emprat extensament fluxos no lineals en xarxes (Wakamori et al. 1982, Bränlund et al. 1986, i Carvalho i Soares 1987), sent interessant de notar que en d'altres treballs que entren fluxos en xarxes (Rosenthal 1981, i Sjelvgren et al. 1983) malgrat que s'adrecin a un problema de llarg termini, consideren aportacions deterministes, actuant en aquest aspecte como en el cas de curt termini. Els fluxos no lineals en una xarxa replicada segons els intervals considerats, poden modelitzar convenientment la generació hidràulica d'un conjunt d'embassaments i tenir en compte les constriccions de generació i embassament. Altres requeriments d'operació poden ser tingudes en compte amb constriccions a banda o mitjançant penalitzacions.

Per al problema de llarg termini, amb aportacions probabilistes, no hi ha hagut fins ara solucions per la via dels fluxos en xarxes. La programació dinàmica estocàstica s'ha emprat sota diverses formes (Viramontes i Hamilton 1978, Nabona 1977, Quintana i Chickhani 1981, i Sherkat et al. 1985) per a resoldre aquest problema, malgrat que, degut als elevats temps de càcul

que en resulten, convé fer prèviament agregacions d'embassaments per a reduir el nombre de variables a tractar per la programació dinàmica (Arvanitidis i Rosing 1970a i 1970b).

En aquest treball el problema de llarg termini es resol a través de fluxos multiarticle en xarxes (Kennington i Helgason 1980, i Nabona 1988), amb els quals hom pot modelitzar les aportacions d'aigua constituïdes per distribucions de probabilitat del cabal aportat (Nabona 1987). Els articles del problema són aigües aportades amb distinta probabilitat d'ocorrència, i hom dóna una forma considerar les aportacions d'aigua de manera que les aigües de diferent probabilitat es comportin com els distints articles en un problema de fluxos en xarxes. Es dedueix l'expressió del cost probable de producció en funció dels fluxos en la xarxa replicada dels distints articles, i es comenta el significat dels límits de les variables i de les molt importants constriccions de capacitat mútua.

També es parla del problema de llarg termini de la determinació de les adquisicions de carbó a diferents subministradors, per a us en generació d'electricitat en les centrals tèrmiques, i de l'assignació del carbó a les distintes centrals i dels intervals en que cal utilitzar-lo. Aquest problema ha de ser optimitzat conjuntament amb la Coordinació Hidro-Tèrmica a Llarg Termini. Es presenta també un model de fluxos multiarticle en xarxes per al problema del carbó, amb el qual és possible la resolució global coordinada de la compra i el us del carbó, i la gestió hidro-tèrmica a llarg termini per fluxos multiarticle en xarxes.

Un altre problema abordat és el de la consideració conjunta en la Coordinació a Llarg Termini, de conques diverses amb aportacions només parcialment dependents, i es proposa una funció objectiu que és una combinació convexa del cas d'independència i del cas de dependència total entre aportacions, que pot ser optimitzada per fluxos multiarticle en xarxes.

Finalment es presenten resultats computacionals obtinguts amb el model proposat.

2. UTILITZACIÓ DE FLUXOS EN XARXES PER A COORDINACIÓ HIDRO-TÈRMICA

Els fluxos en xarxes permeten modelar amb exactitud un conjunt d'aprofitaments hidràulics, amb la salvetat de les discontinuïtats següents que es poden presentar:

- . les preses d'aigua a alçades diferents de les corresponents al volum màxim i al volum mínim embassat, per a turbinació o transvassament.
- . el solapament, només eventual, dels nivells d'aigua de dos embassaments consecutius, (hi ha reducció del salt net de l'embassament aigües amunt

quan l'embassament, aigües avall està per sobre del nivell de descàrrega de la turbina del d'aigües amunt, el qual no sempre s'assoleix.)

Aquestes no diferenciabilitats poden també ser tractades de forma especial dins del context del fluxos en xarxes (Escudero 1986) i de tota manera aquests inconvenients es veuen més que compensats pels avantatges següents:

- . us de variables contínues (no es discretitzen els valors de les variables.
- . obtenció de multiplicadors de Lagrange de totes les igualtats i desigualtats actives -fins i tot del límits simples actius-.
- . economia en l'ús de memòria per a espai de treball i rapidesa de resolució molt més alta que als altres mètodes, el qual permet de tractar amb detall molts més embassaments que cap altre mètode.

Tanmateix, l'aplicació dels mètodes de fluxos en xarxes a la Coordinació Hidro-Tèrmica, no està estancada, sinó que està en plena evolució:

- En el tractament del problema de curt termini, el qual va ser el primer dels problemes d'explotació elèctrica al que hom va aplicar els fluxos en xarxes, no es tenia en compte al principi el fet que, a cada interval (horari) de temps, cal que la suma de les generacions hidràuliques estigui dins d'uns límits. Per a tenir en compte aquests límits cal afegir unes constriccions a banda de les de la xarxa (de fluxos en xarxes). El tractament d'aquestes constriccions a banda en un algorisme de fluxos sobre xarxes, pot ser fet per més d'una tècnica:

- a) Per penalitzacions dins de la funció objectiu de les constriccions violades.
- b) Per un Lagrangiana augmentat (tècnica semblant a la de les penalitzacions, i que ha d'estimar els multiplicadors de Lagrange de les constriccions a banda actives, però que no té alguns dels greus inconvenients de les penalitzacions.
- c) Per descomposició primal (amb una versió linealitzada de les constriccions a banda.)
- d) Per descomposició dictada per preus.

En el moment actual respecte a aquest problema es dona que:

- . no hi ha experiència conclusiva sobre quin d'aquests mètodes és el més apropiat per a aplicar-lo a la Coordinació Hidro-Tèrmica a Curt Termini
 - . no hi ha paquets comercials provats per a resoldre els fluxos en xarxes no lineals amb constriccions a banda.
- En el tractament del problema de llarg termini descrit en aquest treball, s'optimitza respecte al conjunt de les aportacions probables, emprant fluxos multiarticle en xarxes. Aquesta tècnica permet d'obtenir una política d'us

de l'aigua en els distints embassaments que es funció de les aportacions probabilistes que es vagin donant, i que per aquest fet, és més racional que una política única independent de quines possibles aportacions es van presentant. De les diverses tècniques possibles que hi ha per a resoldre els fluxos multi-article en xarxes, s'ha escollit la de la descomposició dictada per preus, amb la qual s'han obtingut resultats satisfactoris en el casos estudiats.

De les raons esmentades per concloure's que les metodologies de resolució de la Coordinació Hidro-Tèrmica a curt i llarg termini estan encara en evolució, i que cal encara més recerca en aquest camp.

D'altra banda, existeixen paquets comercials molt eficients que permeten de resoldre problemes d'optimització contínua amb qualsevol tipus de constricció. Amb aquests paquets per comprovar-se quina és exactament la solució que poden oferir, tant els fluxos en xarxes amb constriccions a banda per a curt termini, com els fluxos multiarticle sobre xarxes per a llarg termini, per a problemes de dimensió mitja i amb un temps de càlcul dilatat però no prohibitiu. És interessant aquesta possibilitat, tant pel que té de mecanisme de prova a priori d'una certa tècnica, com a succedani més immediat, malgrat que pot-ser menys eficient, d'una tècnica més especialitzada.

3. CONSIDERACIÓ DE L'ESTOCASTICITAT TEMPORAL DE LES APORTACIONS EN ELS EMBASSAMENTS, EN LA RESOLUCIÓ DE LA COORDINACIÓ HIDRO-TÈRMICA A LLARG TERMINI PER TÈCNiques DE FLUXOS MULTI-ARTICLE EN XARXES

Segui el sistema d'embassament descrit a la figura següent:

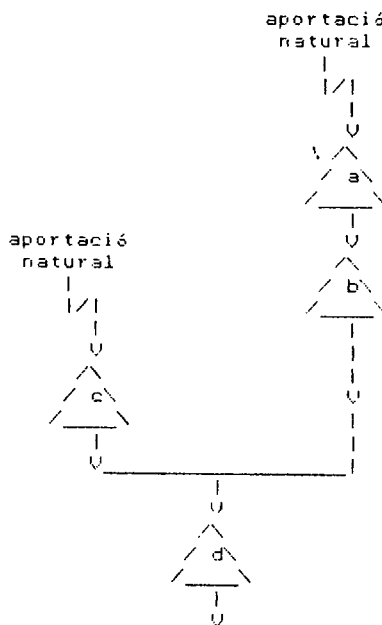
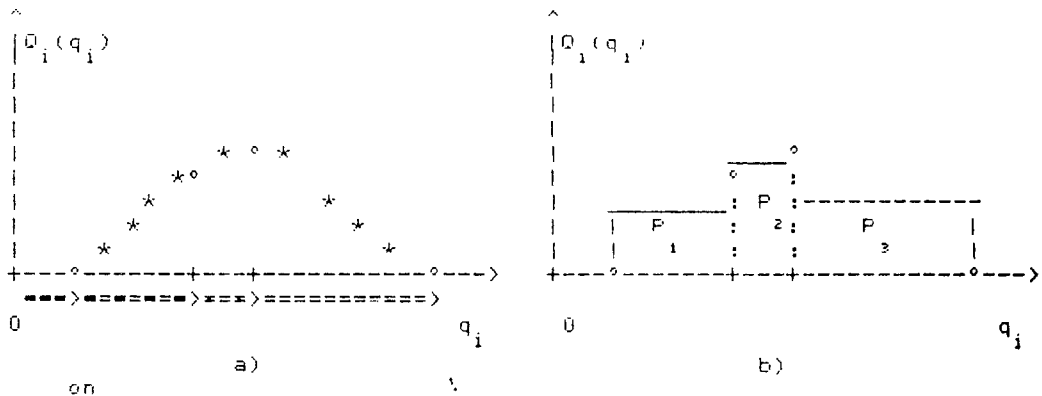


Figura 3.1. Exemple de sistema de embassaments per a aprofitament hidro-elèctric

les aportacions naturals del qual, en un interval i de llarg termini són conegudes com a funcions de densitat de probabilitat del cabal Q , del tipus que mostra la figura 5.2. i que pot ser aproximada pels tres blocs d'aportació que es mostren.

La raó d'emprar tres blocs de probabilitat en comptes d'un nombre de blocs qualsevol en tota l'explicació que segueix, és doble. De primer perquè permet una exposició amb notació senzilla, que genera fórmules curtes, però prou generals alhora. Després perquè en l'aplicació pràctica que s'ha estat, i que s'està realitzant a problemes reals de la modelització proposada, les distribucions de probabilitat d'aportació s'aproximen amb tres blocs.

Considerant, per a tots els intervals i embassaments amb aportació (i aquí estem assumint la hipòtesi de dependència total en les aportacions dels diferents embassaments, el qual serà ampliat al cas d'independència parcial a l'apartat 6.):



```

    ***> cabal garantitzat (prob. 100%)
cabals entre ***> i
    ***>*****> . . . . . amb probabilitat  $p_1$ 

cabals entre ***>*****> i
    ***>*****>***> . . . . . amb probabilitat  $p_2$ 

cabals entre ***>*****>***> i
    ***>*****>***>*****> amb probabilitat  $p_3$ 

    ***>*****>***>*****> cabal màxim assolible
                                (probabilitat zero de superar-lo)
  
```

FIGURA 3.2. a) Exemple de funció de densitat de probabilitat de cabals d'aportació natural.
 b) Exemple de funció de densitat de probabilitat de cabals d'aportació natural, aproximada per tres blocs (d'àrees p_1 , p_2 , i p_3)

podriem establir, per a un problema amb sis intervals, la xarxa de fluxos multi-article següent:

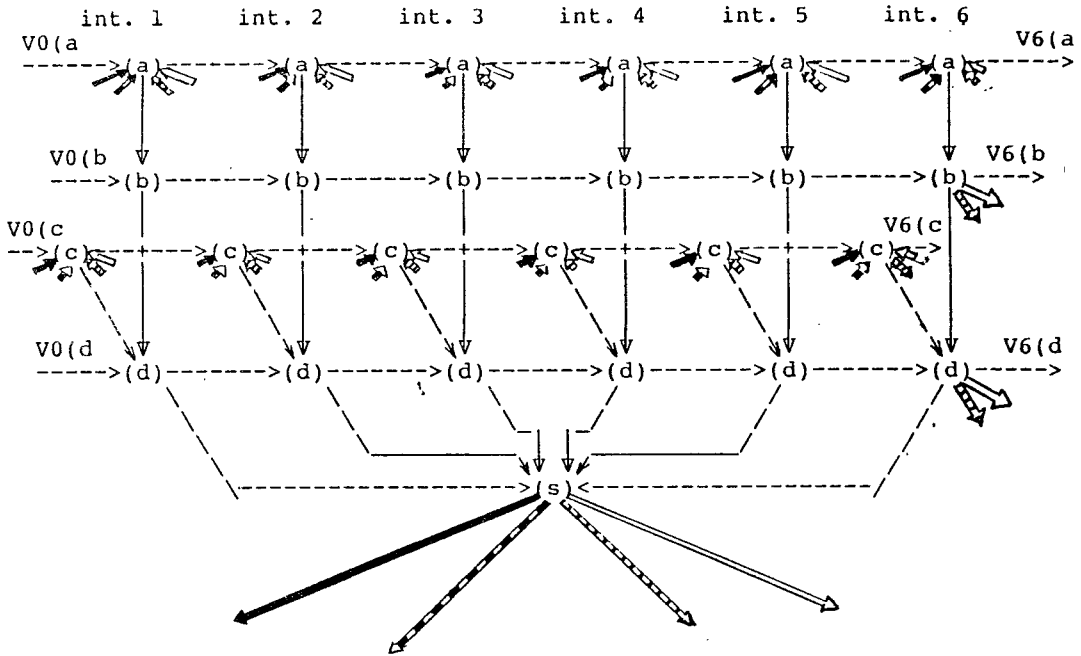


FIGURA 3.3. Xarxa replicada per a fluxos multi-article corresponent a la Coordinació a Llarg Termini en sis intervals per al sistema d'embassament de la Fig. 3.1. les aportacions de la Fig. 2b, els volums embassats inicials $V_0(a)$, $V_0(b)$, $V_0(c)$ i $V_0(d)$ i els volums embassats finals $V_6(a)$, $V_6(b)$, $V_6(c)$ i $V_6(d)$.

El planteig de la Coordinació Hidro-Tèrmica a Llarg Termini com a problema multi-article exigeix minimitzar una funció del conjunt dels fluxos de cada article X^k ($k = 0, 1, 2, 3$) en els arcs de la xarxa representada, el qual pren la forma coneguda:

$$(3.1) \quad \min_{X^0, X^1, X^2, X^3} f(X^0, X^1, X^2, X^3)$$

$$(3.2) \quad \text{subj. a } AX^k = R^k \quad (k = 0, 1, 2, 3)$$

$$(3.3) \quad 0 \leq X^k \leq \bar{X}^k \quad (k = 0, 1, 2, 3)$$

$$(3.4) \quad \sum_{k=0}^3 X^k \leq D$$

La funció objectiu (3.1) és tractada en detall a l'apartat 4., i el significat de les constriccions d'igualtat (3.2) i de desigualtat (3.3-4) i llurs límits a l'apartat 5.

El significat de les variables X^k de la xarxa replicada és el ben conegut de la modelització per fluxos en xarxes de la Coordinació Hidro-Tèrmica a Curt Termini descrit per Rosentahl (1981). Hi ha però la diferència de que, a llarg termini, circulen per la xarxa replicada distintis tipus d'aigua que no es barregen (com si tinguessin diferents densitats). Així pels arcs horitzontals, els quals representen els volums d'aigua emmagatzemats als embassaments al principi i al final de cada interval, aquests volums emmagatzemats es componen d'aigua corresponent a articles diferents, que representarem amb les lletres v^0 , v^1 , v^2 i v^3 a la figura 3.4 de forma que el tipus d'aigua amb més probabilitat d'ocorrència està més al fons de l'embassament i les descàrregues (representades a la figura amb d^0 , d^1 , d^2 i d^3) estaran compostes per quantitats d'aigua corresponents als diferents articles.

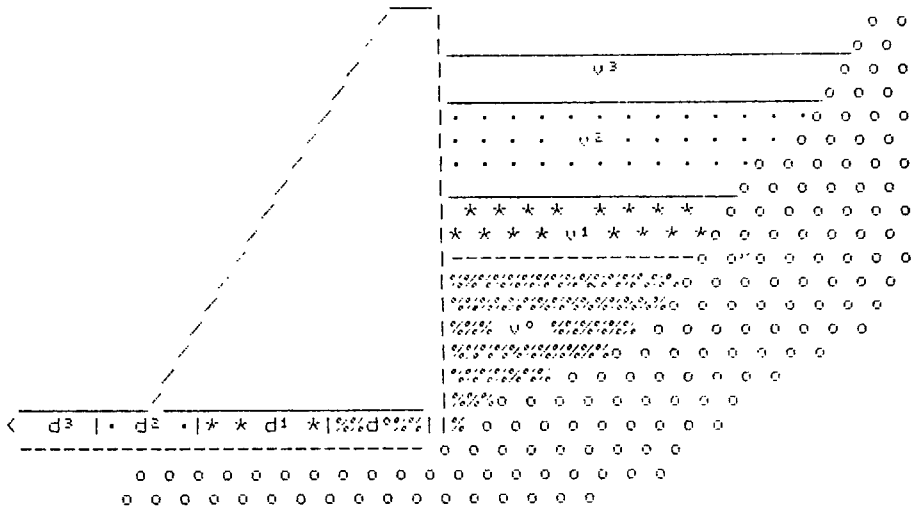


FIGURA 3.4. Secció d'un embassament amb volums emmagatzemats v^k i descàrregues d^k corresponent als diferents articles.

Cal remarcar que tot punt factible (X^0, X^1, X^2, X^3) representa una certa política d'ús de l'aigua en cada embassament i interval, i en especial, per a cada tipus d'aigua. Representa doncs la decisió sobre quanta aigua d'un cert tipus serà descarregada i quanta emmagatzemada en un cert embassament i interval, sent aquesta proporció de descàrrega a emmagatzament diferent per a cada embassament i per a cada interval i per a cada tipus d'aigua.

Es lògic de deduir que, donat un punt factible representat per X^0, X^1, X^2 i X^3 , en el qual hi ha els volums inicials i finals i les descàrregues a cada embassament en cada interval i per a cada tipus d'aigua podrem calcular el valor esperat \tilde{x} de qualsevol variable, volum o descàrrega d'un cert embassament en un interval donat. Tal com es raona amb més extensió a l'apartat 5., les aportacions dels distints tipus d'aigua poden ser tals que es puguin sumar sempre les aigües corresponents a un mateix article, encara que corresponguin a intervals diferents, sempre i quan les quantitats dels distints tipus d'aigua de totes les aportacions hagin estat deduïdes de llurs funcions de densitat de probabilitat emprant els mateixos valors d'àrees de probabilitat p_1, p_2 i p_3 ($p_1 + p_2 + p_3 = 1, p_1, p_2, p_3 > 0$)

$$\begin{aligned}
 \tilde{x} &= \frac{X^0 + (X^0 + X^1)}{2} * p_1 + \frac{(X^0 + X^1) + (X^0 + X^1 + X^2)}{2} * p_2 + \\
 (3.5) \quad &\quad + \frac{(X^0 + X^1 + X^2) + (X^0 + X^1 + X^2 + X^3)}{2} * p_3 \\
 &= x^0 + (p_1/2 + p_2 + p_3) * X^1 + (p_2/2 + p_3) * X^2 + (p_3/2) * X^3
 \end{aligned}$$

Cal fer esment especial en la generació hidràulica i la forma de calcular-la. D'acord amb la figura 3.4 i amb la disposició dels distints tipus d'aigua, com a més probable més al fons, pot veure's que podem establir un càlcul acumulat de la generació corresponent a l'aigua de cada article emmagatzemada i descarregada:

- De primer podem calcular amb els volums inicial i final del tipus v^0 , i de la descàrrega d^0 la generació hidràulica gh^0 (vegeu Apèndixs 1 i 2).
- Considerant el conjunt de v^0 més v^1 (cal tenir en compte que les aportacions que fan possible emmagatzemar v^0 i descarregar d^0 hi són sempre) i la descàrrega conjunta de d^0 i d^1 , obtindriem la generació hidràulica acumulada gha^{01} , i per diferència amb gh^0 : $gh^1 = gha^{01} - gh^0$, la generació atribuïble a v^1 i d^1 .
- Considerant el conjunt de v^0 més v^1 més v^2 (cal tenir en compte que si han hagut les aportacions que han fet possible assolir el volum v^2 i la descàrrega d^2 , també s'hauràn donat les que fan possible v^1 i d^1 -a més d'aquelles que possibiliten v^0 i d^0 que hi són sempre) i obtindrem la generació acumulada gha^{012} , i per diferència amb gha^{01} : $gh^2 = gha^{012} - gha^{01}$, o generació atribuïble a v^2 i d^2

- Anàlogament amb el conjunt $v^0 + v^1 + v^2 + v^3$ i amb $d^0 + d^1 + d^2 + d^3$, obtindriem gha^{0123} i, per diferència gh^3 .

No hi ha cap impediment per a bastir amb gh^0 , gh^1 , gh^2 i gh^3 , i amb les probabilitats p_1 , p_2 , p_3 , una distribució de probabilitat per blocs de la generació per a un cert embassament i interval, i calcular el valor esperat d'aquesta generació.

4. LA FUNCIO OBJECTIU

La funció objectiu (3.1) que cal minimitzar és la suma dels costos esperats de la generació tèrmica de cada interval, els quals són conseqüència de una política d'ús de l'aigua a cada interval, en cada embassament, i respecte a cada tipus d'aigua, i d'unes aportacions naturals en cada embassament i interval, les quals segueixen una certa distribució de probabilitat.

La funció que lliga el cost tèrmic amb la generació hidràulica total en un cert interval, és com la de la figura 4.1, i pot ser deduïda a partir de la monòtona de càrrega de l'interval i de les capacitats i fiabilitats dels grups tèrmics disponibles segons els procediments justificats i descrits per Balériaux et al. (1967) i per Viramontes i Hamilton (1978).

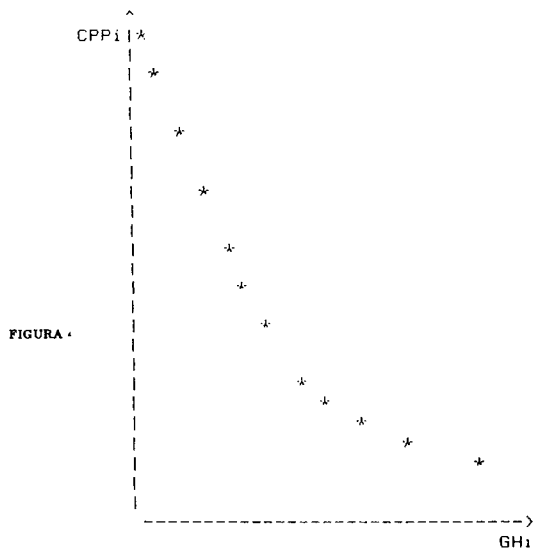


FIGURA 4.1. Expressió del cost probable de producció a l'interval i CPPi en funció de la generació hidràulica en aquest interval GH1

Aquesta funció pot ser aproximada per un polinomi de segon grau. $CPP_i = CSB_i + CSL_i * GH_i + CSQ_i * GH_i^2$. Es clar que els termes CSB_i no afecten l'optimització, i en podem prescindir, quedant només una funció de segon grau com la de la Figura 4.2 .

La funció que ens interessa de minimitzar és la suma per a tots els intervals i dels valors esperats dels costos de generació \tilde{C}_i

$$(4.1) \quad \sum_i \tilde{C}_i$$

\tilde{C}_i és ara, en relació a la figura 4.2, el decreixement del cost a l'interval i , i pot ser calculat en funció de les generacions hidràuliques acumulades $GH_i^0, GH_i^{01}, GH_i^{012}, \dots$. Suposant una relació quadràtica $CPP - GH$ i designant per $E(\cdot)$ l'operador esperança matemàtica,

$$(4.2) \quad \begin{aligned} \tilde{C}_i &= E(C_i) = E(CSL_i * GH_i + CSQ_i * (GH_i)^2) = \\ &= CSL_i * E(GH_i) + CSQ_i * E(\{GH_i\}^2) \end{aligned}$$

amb

$$(4.3) \quad E(GH_i) = GH_i^0 \frac{p_1}{2} + GH_i^{01} \frac{p_1 + p_2}{2} + GH_i^{012} \frac{p_2 + p_3}{2} + GH_i^{0123} \frac{p_3}{2}$$

i

$$(4.4) \quad \begin{aligned} E(\{GH_i\}^2) &= \frac{p_1}{3} \left[(GH_i^0)^2 + (GH_i^0) (GH_i^{01}) + (GH_i^{01})^2 \right] + \\ &\frac{p_2}{3} \left[(GH_i^{01})^2 + (GH_i^{01}) (GH_i^{012}) + (GH_i^{012})^2 \right] + \\ &\frac{p_3}{2} \left[(GH_i^{012})^2 + (GH_i^{012}) (GH_i^{0123}) + (GH_i^{0123})^2 \right] \end{aligned}$$

(la deducció de (4.4) està detallada a l'apartat 6.)

L'expressió de les derivades respecte els fluxos dels distintes articles queda:

$$(4.5) \quad \frac{\partial \tilde{C}_i}{\partial x_2^j} = \sum_{m=j}^k \left(\frac{\partial \tilde{C}_i}{\partial GH_i^{012\dots m}} \right) \frac{\partial GH_i^{012\dots m}}{\partial x_2^j}$$

estant definida a l'Appendix 2 l'expressió de les distintes possibilitats de les derivades $\delta gha^{012\dots m} / \delta c x_n^j$.

Les constriccions(3.3) indiquen el límit específic que cada article té a cada arc. En la Coordinació Hidro-Tèrmica a Llarg Termini aquest límit acostuma a coincidir amb el de capacitat mútua.

Finalment les constriccions (3.2) expressen que cada article separatament, ha de satisfer les equacions de balanç de flux en cada nus, i aquest balanç ha de ser igual a l'aportació -si n'hi ha- de cada tipus d'aigua en cada embassament i interval.

Cal fer aquí la distinció entre el cas d'una conca amb aportacions naturals que segueixen distribucions de probabilitat totalment dependents (en el sentit de que quan un embassament tingui un cabal aportat real que estigui entre els corresponents als articles k i $k + 1$, en tot altre embassament també hi ha una aportació real que estarà entre la dels seus articles k i $k + 1$, del cas de conques que per la seva extensió o separació geogràfica tinguin aportacions amb un cert grau d'independència. Aquest segon cas és tractat amb més detall a l'apartat 6., i ara s'analitza el cas de la dependència total entre les aportacions dels embassaments.

L'ús de tècniques de fluxos multi-article sobre xarxes considerant com a articles l'aigua aportada amb distintes probabilitats d'ocorrència, té unes implicacions que cal tenir en compte per a calibrar el grau d'adaptació d'aquest model a la Coordinació Hidro-Tèrmica a Llarg Termini. Cada article pot en principi circular per tota la xarxa replicada (figura 3.3) i les quantitats de cada article que circulen per arcs que confluïxin en un mateix nus, s'han de poder addicionar. Aquesta condició posa un problema en el cas de que els articles siguin quantitats d'aigua aportades amb una probabilitat d'ocorrència donada: quan les aportacions sumades corresponen al mateix interval no es comet cap error, però quan aquestes aportacions són d'interval diferents, malgrat que en llurs intervals tinguin la mateixa probabilitat d'ocorrència, aquesta probabilitat no correspon a l'ocorrència simultània en dos o més intervals d'aigua amb probabilitat menor d'u en llurs intervals.

D'altra banda la quantitat d'aigua que es recull en el nus pou (p) de la xarxa replicada (vegeu figura 3.3) cal que correspongui a la distribució de probabilitat d'aportació d'aigua de tot el període, i aquesta distribució de probabilitat no és la suma de les distribucions de probabilitat de cada interval. Igualment, si considerem l'aigua que podem optimitzar durant un nombre donat d'interval des del primer, haurem de tenir que el conjunt de les aportacions d'aquests intervals haurà de ser la corresponent al conjunt d'ells, la distribució de probabilitat del qual no correspon a la suma de les distribucions de probabilitat de cada interval.

Per les raons esmentades les distribucions de probabilitat emprades en la Coordinació a Llarg Termini no són les distribucions de probabilitat de cada interval, llevat del cas del primer interval. Per al segon interval hom pren una distribució de probabilitat $DP(2)$ igual a la distribució de probabilitat del

conjunt dels intervals 1 i 2, $DP(1 \cup 2)$, menys l'emprada en el primer interval $DP(1)$, és a dir:

$$DP(2) = DP(1 \cup 2) - DP(1)$$

per al tercer interval hom prendria la distribució conjunta dels tres primers intervals menys les emprades per al segon i per al primer:

$$\begin{aligned} DP(3) &= DP(1 \cup 2 \cup 3) - DP(2) - DP(1) \\ &= DP(1 \cup 2 \cup 3) - DP(1 \cup 2) + DP(1) - DP(1) \\ &= DP(1 \cup 2 \cup 3) - DP(1 \cup 2) \end{aligned}$$

i en general podem obtenir que:

$$DP("i") = DP(1 \cup 2 \cup \dots \cup "i-1" \cup "i") - DP(1 \cup 2 \cup \dots \cup "i-1")$$

Amb aquest sistema les aigües emprades fins a un cert interval i són les que corresponen a les distribucions de probabilitat per a aquest conjunt d'intervals, i per extensió l'aigua optimitzada en tot l'estudi correspon a l'aigua de la distribució de probabilitat de tot el període d'estudi. A més, les aigües corresponents als distints articles en els que hom subdivideix les distribucions de probabilitat, quan provenen de les distribucions especials esmentades per a cada article, són sumables, perquè les distribucions emprades per als intervals ho són, i això és el que ens interessava des del punt de vista dels fluxos en xarxes.

És lògic d'esperar que degut a aquesta correcció de les aportacions tindrem que a mida que anem progressant cap a l'interval final trobarem unes distribucions per als successius intervals que tendiran més i més a tenir l'aigua del 100% de probabilitat (article 0) més gran que la que correspon a l'interval aïllat. Això és així perquè els mínims històrics d'aportació dels intervals aïllats sumats, donaran menys que el mínim històric del conjunt dels intervals considerats. El fenòmen contrari passa amb el màxim històric d'aportació, i les distribucions emprades el tindran més reduït que els de les distribucions d'intervals aïllats.

Per aquesta raó pot observar-se que, a mida que van transcorreguen intervals, les aigües considerades es van acostant més al valor mig, i les distribucions considerades tenen menys dispersió respecte a aquest valor mig, el qual significa que com més lluny en el futur estan les aportacions considerades, més el model proposat les considera prou ben representades pel seu valor esperat.

D'altra banda res impedeix, si l'interval inicial considerat de l'estudi no està allunyat de l'instant actual, de prendre com a volum inicial dels embassaments, només aigua de l'article 0 (100% de probabilitat) amb els cabals d'aportació

presentes, i de prendre en els intervals següents quantitats d'aigua de cada article que no corresponguin a les de les aportacions històriques, sinó a les aportacions condicionades a tenir els cabals presents en l'interval inicial.

6. CONSIDERACIÓ DE LA DEPENDÈNCIA PARCIAL EN LES APORTACIONS

La modelització de la dependència parcial de les aportacions és més difícil que la de la dependència total, i la suposarem restringida a conques separades geogràficament, i que per conseqüent donen xarxes replicades inconexas.

La modelització que es proposa consisteix a fer una combinació lineal convexa entre la suposició de dependència total, i la suposició d'independència, de forma que tinguem una funció objectiu de la forma

$$(6.1) \quad f(X^0, X^1, X^2, X^3) = \mu f_d(X^0, X^1, X^2, X^3) + (1 - \mu) f_i(X^0, X^1, X^2, X^3) \quad 0 \leq \mu \leq 1$$

on $f_d(X^0, X^1, X^2, X^3)$ és la funció objectiu en el supòsit de dependència total, tal como la que s'ha descrit en apartats anteriors, i $f_i(X^0, X^1, X^2, X^3)$ és la funció objectiu en el cas d'independència total en les aportacions (vegeu Alabert 1988). El coeficient μ és a estimar en funció del grau de dependència entre les aportacions, i de moment no es pot formular una regla per a determinar-lo perquè en el moment de redactar aquest treball encara no s'han realitzat un nombre de proves suficient sobre aquest tema.

La funció objectiu en el supòsit de dependència total entre les aportacions de les conques no fa sinó considerar una entrada conjunta de generació hidràulica acumulada per articles per al conjunt dels embassaments de totes les conques considerades, i l'ús de l'expressió del cost esperat (4.4).

En el cas d'independència total caldrà trobar per a un interval donat, l'expressió de la distribució de probabilitat de la generació conjunta de conques amb aportacions independents, a partir de les distribucions de probabilitat de generació de cada conca, i entrar amb la distribució conjunta en la corba $CPP - GH$ corresponent a l'interval (Figura 4.1). El desenvolupament de l'expressió del cost esperat per a una corba $CPP - GH$ expressada com a polinomi d'un grau qualsevol, es troba a Alabert (1988), (on també es justifica la independència de les generacions a partir de la independència de les aportacions), i aquí es dona un resum per el cas simple de grau dos: $C_i = C_{li} * ghi + C_{qi} * ghi^2$ (ometrem en la resta de l'apartat la i -indicadora d'interval i - dels símbols emprats per simplificar les expressions a utilitzar).

Suposarem que (a l'interval i) hi han N conques amb aportacions independents. Si Gh_n expressa la densitat de probabilitat de la generació hidràulica gh_n de la conca n , pot raonar-se que la independència de les aportacions implica la independència del conjunt:

$$\{ gh_n \}_{n=1}^N$$

indicant per \bar{C} el valor esperat del cost (a l'interval i), per $E(\cdot)$ l'operador esperança, i per Gh la funció densitat de probabilitat del conjunt de les generacions gh -independents- de les distintes conques, tindrem:

$$(6.2) \quad \bar{C} = Cl * E(gh) + Cq * E(gh^2)$$

D'una banda

$$(6.3) \quad E(gh) = \sum_{n=1}^N E(gh_n) = \sum_{n=1}^N \overline{gh_n}$$

on el valor esperat de la generació a la conca n $\overline{gh_n}$ es calcularia amb una expressió del tipus (3.5) amb els valors de les generacions de cada conca per a cada tipus d'aigua, calculats com s'especifica al final de l'apartat 3..

Pel que fa a $E(gh^2)$ i utilitzant en el seu càlcul el fet que, per a una variable aleatòria Y : $E(Y^2) = \text{Var}(Y) + E(Y)^2$, i que per a qualsevol conjunt de variables aleatòries independents Z_j : $\text{Var}\left(\sum_j Z_j\right) = \sum_j (\text{Var } Z_j)$, podem escriure:

$$(6.4) \quad \begin{aligned} E(gh^2) &= \sum_{n=1}^N (\text{Var } gh_n) + \left[\sum_{n=1}^N E(gh_n) \right]^2 = \\ &= \sum_{n=1}^N E(gh_n^2) - \sum_{n=1}^N \{E(gh_n)\}^2 + \left[\sum_{n=1}^N E(gh_n) \right]^2 \end{aligned}$$

on l'únic càlcul extra és el de

$$(6.5) \quad E(gh_n^2) = \int gh_n^2 * Gh_n(gh_n) * dgh_n$$

que podem fer sense dificultat per cada conca, (i interval) a partir dels valors de gh^0 , gh^1 , gh^2 i gh^3 , (o de gha^0 , gha^1 , gha^2 i gha^3), i de les probabilitats p_1 , p_2 i p_3 .

Pot veure's a partir de la figura 6.1, que per al bloc de probabilitat primer:

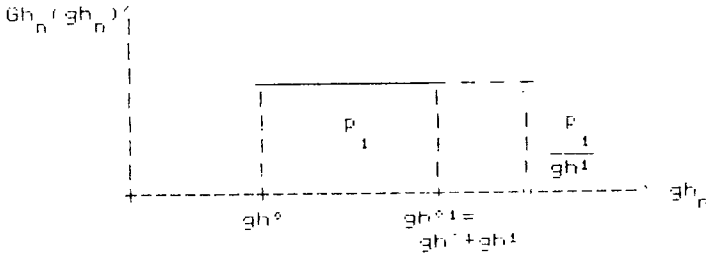


FIGURA 6.1. Densitat de probabilitat de la generació entre gh^0 i $gh^0 + gh^1$

$$\begin{aligned}
 & gh_n^0 + gh_n^1 \\
 & gh_n^2 * Gh_n(gh_n) * dgh_n = \frac{p_i}{3gh_n^1} \left[(gh_n^0 + gh_n^1)^3 - (gh_n^0)^3 \right] = \\
 (6.6) \quad & gh_n^0 \\
 & = \frac{p_1}{3} \left[(gh_n^0)^2 + (gh_n^0) (gh_n^{01}) + (gh_n^{01})^2 \right]
 \end{aligned}$$

Aquest mateix desenvolupament pot ser aplicat als blocs de probabilitat p_2 (entre gh^{01} i gh^{012}), i p_3 (entre gh^{012} i gh^{0123}) i un cop sumats tindriem:

(6.7)

$$\begin{aligned}
 \int gh_n^2 * Gh_n(gh_n) * dgh_n = & \frac{p_1}{3} \left[(gh_n^0)^2 + (gh_n^0) (gh_n^{01}) + (gh_n^{01})^2 \right] + \\
 & \frac{p_2}{3} \left[(gh_n^{01})^2 + (gh_n^{01}) (gh_n^{012}) + (gh_n^{012})^2 \right] + \\
 & \frac{p_3}{3} \left[(gh_n^{012})^2 + (gh_n^{012}) (gh_n^{0123}) + (gh_n^{0123})^2 \right]
 \end{aligned}$$

el qual es l'expressió de $E(gh_n^2)$ que ens quedava per determinar a (6.4) per a tenir la fórmula del cost esperat \bar{C} en el cas d'independència de les aportacions de (6.2)

7. MODELITZACIÓ DE L'ADQUISICIÓ I UTILITZACIÓ DEL CARBÓ

Un dels problemes que es presenten en la Coordinació Hidro-Tèrmica a LLarg Termini, és el de determinar quant de carbó de cada tipus caldria adquirir, i com utilitzar-lo en les distintes centrals tèrmiques on va destinat, per tal de minimitzar el cost de producció.

Aquest problema no pot ser resolt de forma independent quan hi ha un sistema hidràulic, perquè els preus de substitució de la generació hidràulica, i els de la generació amb carbó adquirit, es condicionen mútuament. És doncs necessària una optimització conjunta de la producció hidràulica i de les adquisicions i us del carbó.

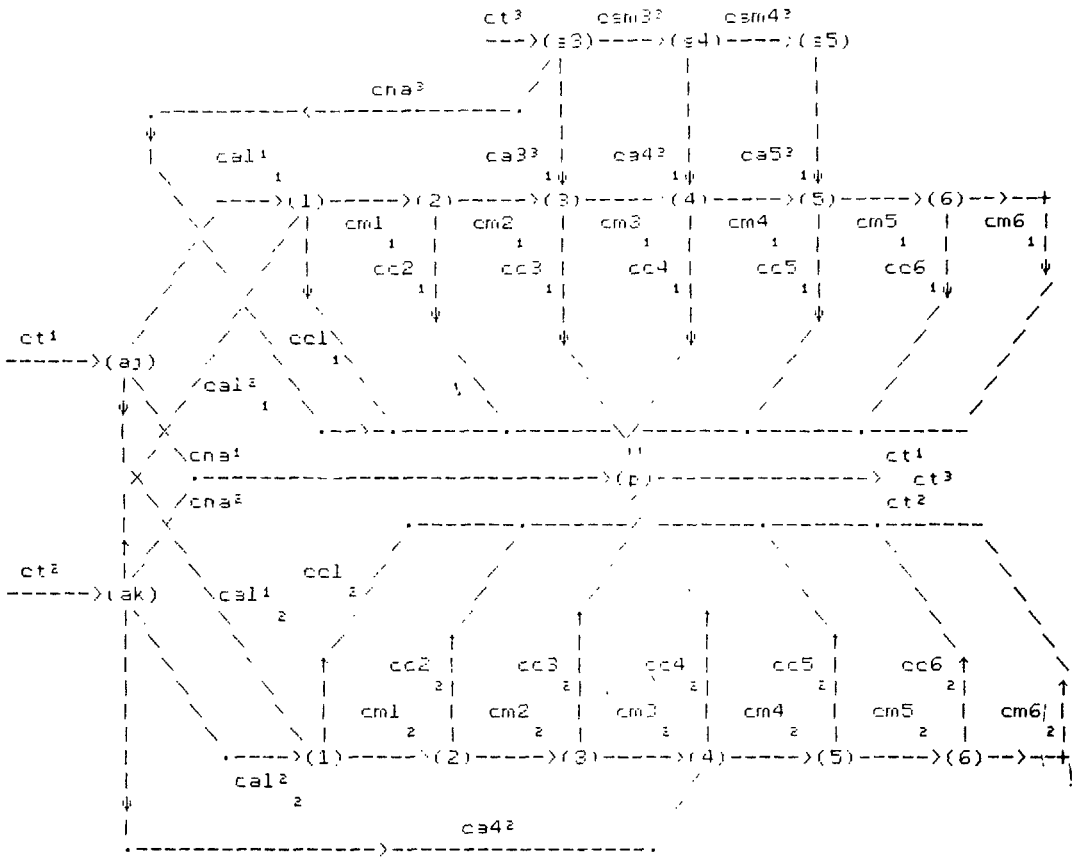
Afortunadament veurem que l'adquisició i us del carbó pot ser plantejat com un problema de fluxos no lineals multiarticle en xarxes, i així doncs, la resolució conjunta és factible.

Suposem, per a presentar la metodologia que només hi ha una central tèrmica on utilitzar el carbó, i que només hi ha un subministrador de carbó. Suposarem també que el període d'estudi pot subdividir-se en els sis intervals que designarem en la xarxa de la figura 7.1 amb el números de l'u al sis.

Com pot veure's a la Figura 7.1 s'ha suposat una compra de carbó repartida en dues partides: una a l'inici, i una altre al començament de l'interval 3, però podrien ser unes altres.

El preu del carbó serà en general una funció de ca_1 , ca_3 , i també del carbó no adquirit cna , respecte al carbó total produït ct . Hi haurà limitacions a les quantitats de carbó consumit a cada interval i cci , i al carbó emmagatzemat a la central al final de cada interval i cmi . El carbó remanent al final del període cm_6 , haurà de ser valorat adequadament.

Del fluxos cci als intervals i , cal deduir-ne la generació tèrmica gti de l'interval i , i afegir-la a la generació hidràulica gh^0 i de l'interval i , per a entrar conjuntament a la corba de cost probable de producció, (vegeu Figura 4.1) que ara ha d'estar calculada per a tenir en abscisses el total de generació hidràulica més la tèrmica de les centrals amb carbó adquirit. Els fluxos que circulin per la xarxa de la Figura 7.1, són doncs els d'un altre article en un problema de fluxos en xarxes que comprèn conjuntament, la xarxa multiarticle de la Figura 3.3 i la xarxa de la Figura 7.1. En tractar-se de dues xarxes disjunctes, poden assimilar els fluxos de la xarxa de la Figura 7.1, a un dels articles del problema hidràulic.



- c_{ai}^k : carbó del tipus k adquirit al començament de l'interval i destinat a la central j
- c_{ci}^j : carbó consumit durant l'interval i a la central j
- c_{na}^k : carbó del tipus k no adquirit
- c_{smi}^k : carbó spot tipus k emmagatzemat al final de l'interval i
- ct^k : carbó total del tipus k

FIGURA 7.2. Diagrama de xarxa multiarticle de l'adquisició i consum de carbó de dos subministradors i compres spot, en el cas de dues centrals.

La xarxa de la Figura 7.2 és doncs per a la circulació de tres articles: el carbó del subministrador 1, el del subministrador 2, i el de les compres "spot". Cadascun d'aquests articles el designem amb un supraíndex (¹, ², o ³). Hi ha arcs per on només circula un dels articles, i això a la Figura es veu a través del supraíndex que porta la variable associada, (p.e.: cm_3^3 que es el carbó spot no adquirit). En els altres arcs hi circula més d'un article, i això es designa a la Figura 7.2 per l'absència de supraíndex (p.e.: cm_{31} que és el carbó emmagatzemat a la central primera al final de l'interval 3, està compost per tres variables cm_{31}^1 , cm_{32}^2 i cm_{33}^3 , les quals són respectivament carbó del subministrador 1, del subministrador 2, i carbó spot). Les limitacions al flux en els arcs on hi circula més d'un article, són les constriccions de capacitat mútua d'aquest subproblema.

És doncs possible resoldre de forma conjunta la coordinació hidro-tèrmica a llarg termini, incloent l'optimització de les adquisicions i utilitzacions dels distints tipus de carbó, per fluxos no lineals multiarticle en xarxes. En ser la xarxa d'adquisicions i utilitzacions dels carbons disjunta amb la de les aigües de probabilitats diverses, podem emprar un article donat del problema tant per a un tipus d'aigua com per a un cert tipus de carbó.

8. RESULTATS COMPUTACIONALS

La metodologia descrita s'ha aplicat a la resolució de problemes de Coordinació Hidro-Tèrmica a Llarg Termini. Les primeres proves han estat realitzades amb el paquet "MINOS" (Murtagh i Saunders, 1983), i també s'ha desenvolupat un programa de fluxos no lineals multiarticle en xarxes (Kennington i Helgason, 1980), (Nabona, 1988) aplicant-lo amb la mateixa funció objectiu emprada amb el paquet MINOS.

Hi ha alguns detalls de modelització incorporats a la funció objectiu, que convé esmentar:

- . De cada embassament poden sortir un nombre qualsevol de descàrregues cap a un altre o altres embassaments, sent el més comú que hi hagi una sortida per a generació, la sortida per vessament (imprescindible en llarg termini quan es tenen en compte les aportacions possibles més grans), i si n'hi ha, bombeig cap a un altre embassament aigües amunt.
- . Condició de que no es produeixi vessament en un embassament si aquest no està ple. Tal com es detalla a l'apèndix 3, aquesta condició pot ser incorporada a la funció objectiu mitjançant una penalització formada pel producte del vessament per la diferència de volum màxim a volum final a cada interval. Aquesta penalització és eficient perquè actua només quan cal (hi ha vessament i el volum no és el màxim), i si no cal, pren el valor zero.

- . Condició de que, en un cert interval, la durada mínima del bombeig a realitzar, més la de la turbinació a efectuar, no superin la durada de l'interval. Si suposem que els màxims cabals turbinable i bombejable, concideixen, la condició equival a que la suma dels volums turbinat i bombejat no sobrepassi el producte del màxim cabal per la durada de l'interval. Aquesta senzilla constricció, hauria de ser imposada a cada embassament amb bombeig i a cada interval com a constricció a banda. Si no convé, com és el cas, tenir en compte constriccions fora de les de xarxa (3.2-3), i les de capacitat mútua (3.4), poden ser tingudes en compte com a penalització. La penalització té en aquest cas alguns inconvenients:
 - només es pot imposar si es viola la constricció, i
 - per a evitar la discontinuïtat que això pugui representar respecte a la funció i les derivades primera i segona, cal emprar com a penalització una potència tercera o superior de la violació de la constricció
 - per a evitar gradients elevats per a petites violacions d'aquestes constriccions, convé multiplicar les penalitzacions aplicades per una constant -petita- que escali adequadament la penalització al valor de la funció objectiu sense penalitzacions
- . S'han considerat uns volums finals als embassaments, fixats (podent-se considerar que corresponen a resultats d'un estudi de més llarg abast), però igualment es pot plantejar el cas de volums finals variables, si és que hi ha manera de valorar l'aigua amagatzemada de forma raonable.

Es presenta a continuació un problema del qual hom ha obtingut la solució pel mètode descrit en aquest treball. El sistema hidràulic té el mateix nombre d'embassaments i les mateixes connexions que el de la Figura 3.1, amb la salvetat que cada connexió es doble-formada per dos arcs: un de descàrrega amb generació, i l'altre de vessament. Els embassaments seran designats, com a la figura, amb les lletres a , b , c i d , i el nombre d'interval·ls en el que hom divideix el període d'estudi, és el de sis, d'on la xarxa replicada a considerar és com la de la Figura 3.3, amb l'única diferència que els arcs de descàrrega (els que no són horitzontals a la Figura 3.3) són dobles: per a turbinació i vessament. Altres dades i els resultats del problema estan continguts a les Taules 8.1 i 8.2, i a la Figura 8.1.

Aquest exemple presentat ha estat triat de dimensions reduïdes per tal de poder-ne presentar de forma compacta les dades i els resultats complets. A través d'aquest exemple es poden destacar els punts següents:

- . La funció objectiu minimitzada correspon a aquest exemple, al cost esperat de la producció tèrmica, partint ja d'unes corbes de cost probable de producció respecte a generació hidràulica deduïdes previament (vegeu l'apartat 4.) per a cada interval. A l'exemple (vegeu Taula 8.1) s'han

- pres totes iguals per a que es veïés més clar la influència de la coordinació entre embassaments en successius intervals i respecte a uns volums finals imposats. El valor de la funció objectiu a l'òptim és de -5143.7.
- . Com pot veure's a la Taula 7.2 totes les variables resultat del problema es donen com a distribució de probabilitat aproximada per tres blocs d'àrees p_1 , p_2 , i p_3 -igual que han sigut donades les aportacions- i d'aquestes distribucions se'n pot obtenir un valor esperat, inclòs als resultats.
 - . Quan l'interval inicial del problema no és immediat al moment de l'estudi, les aportacions dels intervals inicials han de ser considerades -com les de la resta dels intervals- com a distribució de probabilitat, i la política òptima a seguir queda caracteritzada pels valors esperats de les variables i les distribucions llurs trobades. Si l'interval inicial és immediat al moment de l'estudi, a l'interval inicial s'hi entren les aportacions presents (com a aportació de l'article 0 , i zero com a aportació de la resta dels articles si el primer interval no és massa llarg), i en els intervals següents s'hi poden entrar les distribucions d'aportacions condicionades a les aportacions presents. Els resultats del primer interval constituïran la política òptima a començar a aplicar amb l'horitzó del primer interval.

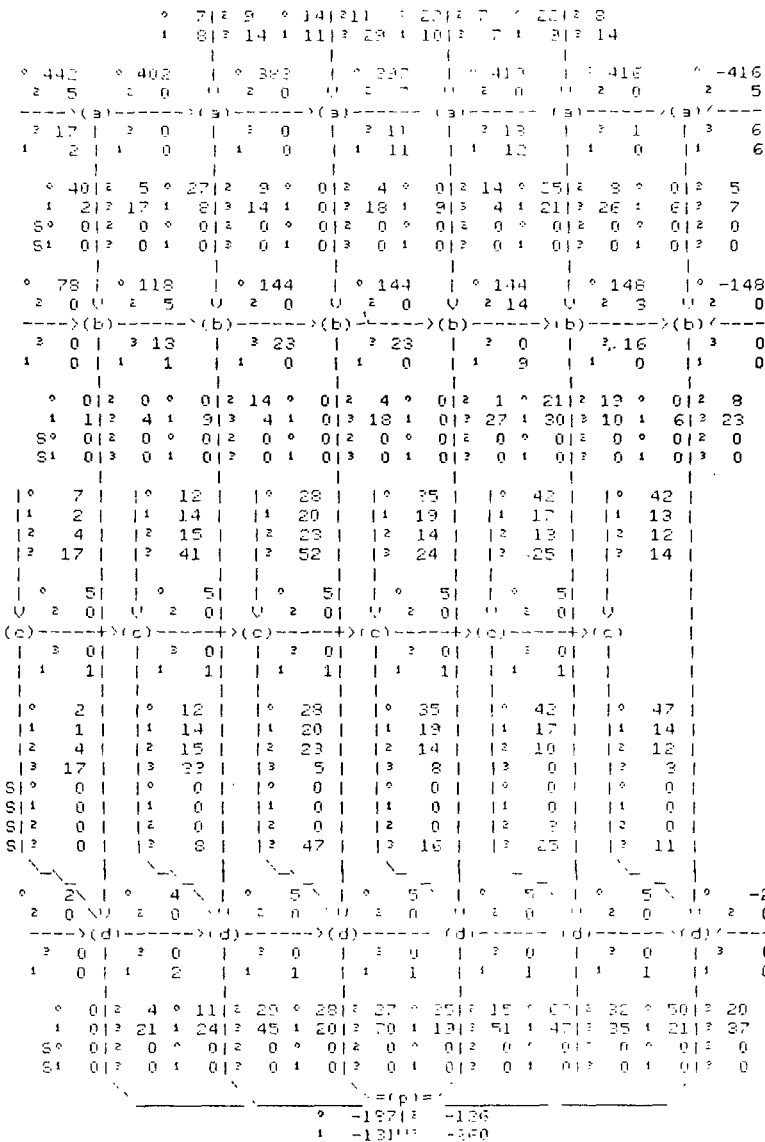


FIGURA 8.1. Fluxos multiarticle (en Hm^3) solució del problema plantejat (les línies començades per "S" corresponen a vessaments)

- Com pot apreciar-se a la Figura 8.1 la política resultat del problema s'aplica a cada tipus d'aigua, i determina en cada embassament un interval quant a aigua de cada tipus s'ha de destinar a turbinació, a vessament, a retenir emmagatzemada, i a bombeig (si n'hi ha). És clar que l'aplicació de la política queda condicionada a l'aportació efectiva durant l'interval considerat. Si considerem per exemple a la Figura 8.2 l'embassament (a) a l'interval 4, suposat que l'embassament conté 425.4 Hm³ d'aigua (corresponents a [0 396.7] + [1 11.0] + [2 7.2] + [3 10.5]), i si suposem que l'aportació efectiva total fos de 40 hm³, es a dir [0 22] + [1 10] + [2 7] + [3 1], tenim que els resultats indicarien que
 - tota l'aportació [0 22] s'emmagatzema
 - de l'aportació [1 10], se n'emmagatzema [1 0.9] i s'en turbinen [1 9.1]
 - l'aportació [2 7] es turбина tota (junt amb altres [2 7.2] que teniem emmagatzemades)
 - de l'aportació efectiva [3 1] se n'hauria d'emmagatzemar els 2,75/7 i se n'ha de turbinar els 4,25/7
 - no hi ha vessaments.

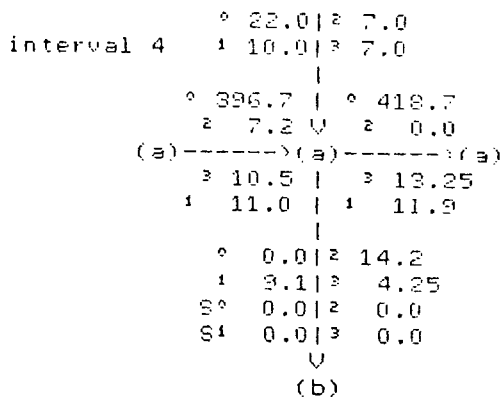


FIGURA 8.2. Detall dels resultats de l'embassament (a) a l'interval 4 (en Hm³)

- Pot comprovar-se com efectivament només hi ha vessament quan l'embassament està plè, (i no hi ha possibilitat de turbinar l'aigua).
- S'ha seguit el criteri de posar a la capacitat mútua de tots els arcs un valor superior en una unitat a la capacitat màxima per arc aplicada a l'aigua corresponent a un cert article.
- Cal tenir en compte que els cabals màxims turbinables varien d'un interval a l'altre en funció del nombre de dies de cada interval.

- . S'obtenen els multiplicadors de Lagrange de totes les constriccions actives (no mostrats als resultats).

Amb el model proposat preparat per al model MINOS, s'han resolt problemes reals amb un elevat nombre de variables. La Taula 8.3 dona una idea dels temps de CPU necessaris per a resoldre aquests problemes. Cal notar que, malgrat que els temps són grans, la resolució del mateix problema per mètodes basats en la programació dinàmica estocàstica, amb el mateix grau de detall dels embassaments i de les variables, requeriria temps encara molt més elevats, deixant a banda l'adequació a la realitat de la modelització del problema que s'efectua en les solucions per programació dinàmica.

La solució del problema amb el model proposat amb un programa específic de fluxos no lineals multiarticle en xarxes, (per a quatre articles) és en general d'un ordre de magnitud inferior en temps de CPU, a la solució mitjançant les paquets MINOS. En el moment de redactar aquest treball hom no disposa encara d'una versió final del programa per fluxos no lineals multiarticle, però els resultats obtinguts fins a la data permeten concloure que es poden millorar força els temps del paquet MINOS, tenint present que, en ser les tècniques emprades diferents, tot i a partir del mateix punt inicial, els programes no passen pels mateixos punts intermitjos. Els detalls de metodologia i anàlisi de resultats amb el programa de fluxos multiarticle, son l'objecte d'un altre treball (Nabona 1988).

TAULA 8.1

Descripció del problema de Coordinació Hidro-Tèrmica a LLarg Termini.

PERÍODE I INTERVALS

Període: mig any, de 1.X a 31.III subdividit en 6 intervals d'un mes

interval	1	2	3	4	5	6
duració (dies)	31	30	31	31	28	31

FUNCIÓ OBJECTIU A MINIMITZAR

Objectiu: minimització del cost esperat de producció del període, expressat com a suma dels costos esperats de generació tèrmica dels intervals

cost tèrmic a cada interval en funció de la generació hidràulica:

$$cpp_i = -10.0 * gh_i + 0.0036 * gh_i^2, \quad i = 1, \dots, 6 \text{ vegeu Fig. 4.2)}$$

EMBASSAMENTS I CONNEXIONS HIDRÀULIQUES

embassament	(HM ³)		(vegeu Apèndix 2)		
	vol. màx.	(Hm ³) vol. mín.	CVB	CVL	CVQ
(a)	458	0	0.1630751E + 03	0.2449510E + 00	-.2155000E - 03
(b)	167	0	0.3299741E + 03	0.2615304E + 00	-.4859000E - 03
(c)	6	0	0.2181812E + 03	0.4890485E + 01	-.1291500E - 02
(d)	6	0	0.2594937E + 02	0.2032400E + 01	-.6908000E - 01

connexions

tipus	de	a	Hm ³ /dia	Hm ³ /dia	REN	(vegeu Apèndix 1)
			màxim	mínim		
generació	(a)	(b)	10.3680	0.0000	0.9	
vessant	(a)	(b)	103.6800	0.0000	-	
generació	(b)	(d)	7.6032	0.0000	0.9	
vessant	(b)	(d)	76.0320	0.0000	-	
generació	(c)	(d)	2.4192	0.0000	0.9	
vessant	(c)	(d)	24.1920	0.0000	-	
generació	(d)	***	11.6640	0.0000	0.9	
vessant	(d)	***	116.6400	0.0000	-	

APORTACIONS

Aportacions considerades a base de quatre articles, indicades a la Figura 8.1 (deduint a l'interval inicial i finals els volums inicials i finals -Taula 8.2)

Àrees dels blocs de les funcions densitat de probabilitat d'aportació:

$$P_1 = p_2 = p_3 = \frac{1}{3}$$

TAULA 8.2

Taula 8.2. Resultats del problema detallats per embassament

Interval [dies]	1 [31]	2 [30]	3 [31]	4 [31]	5 [28]	6 [31]	
EMBASSAMENT (a)							
volums)%(441.0	402.3	382.7	336.7	418.7	416.0	441.0
volums)1(0.0	0.0	0.0	11.0	11.3	0.0	0.0
(Hm ³))2(0.0	0.0	0.0	7.2	0.0	0.0	0.0
)3(0.0	0.0	0.0	10.5	13.3	1.0	0.0
esperat	441.0	402.3	382.7	411.2	430.8	416.2	441.0
descàrrega)%(32.7	26.6	0.0	0.0	24.7	0.0	0.0
)1(2.0	18.0	0.0	3.1	20.3	6.0	6.0
(Hm ³))2(5.0	9.0	3.8	14.2	8.0	5.0	5.0
)3(17.0	14.0	18.5	4.3	26.2	7.0	7.0
esperat	46.7	40.1	5.0	15.4	50.4	8.7	8.7
generació)%(29.8	20.5	0.0	0.0	20.5	0.0	0.0
)1(31.3	26.6	0.0	6.8	37.3	4.5	4.5
litja acumul.)2(35.1	33.5	2.8	17.5	44.5	8.3	8.3
(MN))3(47.8	44.3	16.6	20.8	66.5	13.6	13.6
esperat	35.1	30.3	3.7	11.6	42.0	6.5	6.5
embassament)%(0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
)1(0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
(Hm ³))2(0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
)3(0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
esperat	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
EMBASSAMENT (b)							
volums)%(78.0	117.7	144.3*	144.3*	144.3*	148.0*	148.0
volums)1(0.0	1.0	0.0*	0.0*	3.1*	0.0*	0.0
(Hm ³))2(0.0	5.0	0.0*	0.0*	13.5*	2.7*	0.0
)3(0.0	12.3	22.7*	22.7*	0.0*	16.3*	0.0
esperat	78.0	123.2	148.1	148.1	158.7	152.1	148.0
descàrrega)%(0.0	0.0	0.0	0.0	21.0	0.0	0.0
)1(1.0	9.0	0.0	0.0	30.0	6.0	6.0
(Hm ³))2(0.0	14.0	3.8	0.7	18.8	7.7	7.7
)3(4.1	4.2	18.5	26.3	10.0	23.3	23.3
esperat	1.5	15.2	5.0	4.8	57.1	12.7	12.7
generació)%(0.0	0.0	0.0	0.0	27.4	0.0	0.0
)1(1.2	10.3	0.0	0.0	66.6	7.1	7.1
litja acumul.)2(1.2	27.3	4.5	0.3	31.4	16.2	16.2
(MN))3(6.0	32.1	26.4	30.7	104.7	43.8	43.8
esperat	1.3	18.5	5.3	5.7	74.7	15.1	15.1
embassament)%(0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
)1(0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
(Hm ³))2(0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
)3(0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
esperat	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

* : màxima capacitat mútua assolida

TAULA 8.2

Taula 8.2. Resultats del problema detallats per embassament (cont.)

Interval [dies]	1 [31]	2 [30]	3 [31]	4 [31]	5 [28]	6 [31]	
EMBASSAMENT (c)							
=====							
volums) ⁰ (3.0	5.0*	5.0*	5.0*	5.0*	5.0*	6.0*
) ¹ (0.0	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	0.0*
(Hm ³)) ² (0.0	0.0*	0.0*	0.0*	0.0*	0.0*	0.0*
) ³ (0.0	0.0*	0.0*	0.0*	0.0*	0.0*	0.0*
esperat	3.0	5.8	5.8	5.8	5.8	5.8	6.0
) ⁰ (2.0	12.0*	28.0*	35.0*	42.0*	47.0*	
descàrrega) ¹ (1.0	14.0*	20.0*	19.0*	17.0*	14.0*	
(Hm ³)) ² (4.0	15.0*	23.0*	14.0*	10.0*	12.0*	
) ³ (17.0	33.0*	5.0*	8.0*	0.0*	3.0*	
esperat	7.7	36.7	57.0	59.2	61.2	65.2	
) ⁰ (1.6	9.9	22.4	28.0	37.1	37.9	
generació) ¹ (2.4	21.9	39.1	44.0	53.2	49.7	
mitja acumul.) ² (5.5	34.5	57.7	55.4	62.3	59.5	
(Hh)) ³ (13.0	62.3	61.9	61.9	62.3	61.9	
esperat	6.1	30.8	46.4	48.1	55.1	53.0	
) ⁰ (0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
vessament) ¹ (0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
(Hm ³)) ² (0.0	0.0	0.0	0.0	3.0	0.0	
) ³ (0.0	8.0	47.0	16.0	25.0	11.0	
esperat	0.0	1.3	7.8	2.7	5.7	1.8	
EMBASSAMENT (d)							
=====							
volums) ⁰ (2.0	4.0*	5.0*	5.0*	5.0*	5.0*	2.0
) ¹ (0.0	2.0*	1.0*	1.0*	1.0*	1.0*	0.0
(Hm ³)) ² (0.0	0.0*	0.0*	0.0*	0.0*	0.0*	0.0
) ³ (0.0	0.0*	0.0*	0.0*	0.0*	0.0*	0.0
esperat	2.0	5.7	5.8	5.8	5.8	5.8	2.0
) ⁰ (0.0	11.0	28.0	35.0	63.0	50.0	
descàrrega) ¹ (0.0	24.0	20.0	19.0	47.0	21.0	
(Hm ³)) ² (4.0	29.0	26.8	14.7	31.8	19.7	
) ³ (21.1	45.2	70.5	50.9	35.0	37.3	
esperat	5.5	53.0	69.8	66.6	123.9	83.6	
) ⁰ (0.0	1.3	3.2	4.0	7.9	5.3	
generació) ¹ (0.0	4.2	5.6	6.3	14.3	7.7	
mitja acumul.) ² (0.4	7.8	8.8	8.1	18.4	9.8	
(Hh)) ³ (2.7	13.2	17.1	14.0	23.0	13.9	
esperat	0.6	6.4	8.2	7.8	16.1	9.0	
) ⁰ (0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
vessament) ¹ (0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
(Hm ³)) ² (0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
) ³ (0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
esperat	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	

* : màxima capacitat mutua sòlida

TAULA 8.3

Temps de CPU requerits per a la resolució amb el paquet MINOS de diversos problemes de Coordinació Hidro-Tèrmica a LLarg Termini

Dimensió dels problemes

Prob.	Embss.	Gener.	Vessa.	Bombg.	Intrv.	Nusos	Arcs	Const.	Varbl.
<i>I</i>	4	4	4	—	6	25	68	168	272
<i>II</i>	7	7	7	2	14	99	315	711	1260

Ordinador Emprat

Digital-VAX 8600 de la Facultat d'Informàtica de la Universitat Politècnica de Catalunya (4,6 mimps)

Temps de resolució amb el paquet MINOS

Prob.	variables	iteracions factibilitat	iteracions per a òptim	avaluacions funció obj.	superbàsiq. a l'òptim	temps total CPU (segons)
<i>I</i>	272	224	179	315	9	33.5
<i>II</i>	1260	1976	1838	1239	1	1022.
<i>II*</i>	1260	1976	4634	7823	49	2836.

La dimensió dels problemes comprén els nombres de: embassaments, generacions, vessaments, bombejos, i intervals. La xarxa replicada corresponent (per a cada article) té aleshores un cert nombre de nusos i d'arcs. Els nombres de constriccions corresponen a la suma de les d'igualtat de xarxa (una per nus i per article: - 4 articles -), més les de desigualtat de capacitat mútua (una per arc), i no incloent en el total donat els límits simples (dos per arc i per article). Els nombres de variables són el nombre d'arcs pel nombre d'articles.

El problema *II** és com el *II* però amb la inclusió de penalització de cinquè grau per la violació de la constricció de que la turbinació més el bombeig no superin el nombre d'hores disponibles per interval.

Pel que fa al nombre d'iteracions es separen les d'obtenció d'un punt inicial factible, de les pròpies d'optimització, amb la indicació de nombre d'avaluacions de la funció objectiu. S'indica el nombre de variables superbàsiques a la solució.

9. CONCLUSIONS

S'ha vist com es pot modelitzar la Coordinació Hidro-Tèrmica a llarg termini per fluxos no lineals multiarticle en xarxes, en el cas d'una conca i en el cas de diverses conques amb aportacions només parcialment dependents, i incloent si es desitja l'optimització de l'adquisició i us del carbó. Aquest model de llarg termini dóna una solució més completa que altres models perquè indica que cal fer amb cada tipus d'aigua a mida que es va presentant, i perquè pot preservar tot el detall de cada embassament.

En el cas de la Coordinació Hidro-Tèrmica es dona a més la circumstància favorable de que la distribució de probabilitat de la generació hidràulica, és fàcil d'expressar en funció de les variables del problema. S'ha descrit una forma raonable de considerar les distribucions de probabilitat dels successius intervals per tal de conseguir que les aigües considerades estiguin d'acord amb les distribucions de probabilitat dels conjunts d'intervals des del primer fins a cadascun dels següents.

S'ha indicat com modelitzar dues o més conques amb aportacions de distribucions de probabilitat parcialment dependents.

S'han descrit en detall els resultats obtinguts per a un exemple real d'aplicació del model presentat, i s'indiquen temps de càlcul representatius obtinguts mitjançant el model MINOS. Dels temps de càlcul observats pot concloure's que es convenia l'us d'un codi especialitzat de fluxos no lineals multiarticle en xarxes, ja que hom rebaixaria els temps de CPU, en promig, en un ordre de magnitud.

Aquesta mateixa modelització descrita té possibilitats de ser emprada en altres problemes que tinguin variables aleatòries amb distribució de probabilitat coneguda, i que satisfagin condicions de xarxa amb limitació de capacitat.

10. BIBLIOGRAFIA

- [1] Alabert, A. (1988a). "Càlcul de moments de variables aleatòries a partir de quartiles". Report de Recerca a presentar, Facultat d'Informàtica UPC, 08028 Barcelona.
- [2] Alabert, A. (1988b). "Relació entre l'aportació natural d'aigua i el cost de la producció hidroelèctrica en un sistema d'embassaments". Report de Treball a presentar, Facultat d'Informàtica UPC, 08028 Barcelona.
- [3] Arvanitidis, N.V. i Rosing J. (1970a). "Composite Representation of a multireservoir hydroelectric power system". IEEE Trans. on PAS, v. PAS-89, pp. 319-326.

- [4] **Arvanitidis, N.V. i Rosing J.** (1970b). "Optimal Operation of multireservoir system using a composite representation". *IEEE Trans. on PAS*, v. PAS-89, pp. 327-335.
- [5] **Balériaux, H., Jamouille E. i Linard F.** (1967). "Simulation de l'exploitation d'un parc de machines thermiques de production d'électricité couplée a des stations de pompage". *Revue E de la Soc. Roy. Belge des Elect.*, pp. 225-245.
- [6] **Bränlund, H., Bubenko J.A., Sjelvgren D. i Anderson N.** (1986). "Optimal short term operation planning of a large hydrothermal power system based on a nonlinear network flow concept". *IEEE Trans. on Power Systems*, v. PWRS-1, n° 4, pp. 75-82.
- [7] **Carvalho, M.F. i Soares S.** (1987). "An Efficient hydrothermal scheduling algorithm". *IEEE Trans. on Power Systems*, v. PWRS-2, pp. 537-542.
- [8] **Engles, L., Larson R.E., Peschon J. i Satanton K.N.** (1976). "Dynamic programming applied to hydro and thermal generation scheduling", a IEEE Tutorial Course Text 76 CH 1107-2-PWR, "Application of optimization methods in power system engineering".
- [9] **Escudero, L.F.** (1986). "A motivation for using the truncated Newton approach in a very large scale nonlinear network problem". *Mathematical Programming Study*, v. 26, pp. 240-245.
- [10] **Kennington, J.L. i Helgason R.V.** (1980). "Algorithms for Network Programming". John Wiley & Sons, New York, USA.
- [11] **Murtagh, B.A. i Saunders M.A.** (1983). "MINOS 5.0 User's Guide". Dept. of Operations Resesarch, Stanford University, CA 94305, USA.
- [12] **Nabona, N.** (1977). "Gestió hidro-tèrmica probabilista a llarg termini de la producció elèctrica". *QUESTIÓ*, v.1. pp. 35-48.
- [13] **Nabona, N.** (1987). "Long term hydro-thermal coordination of electricity generation trough multicommodity network flows". Presentat al NATO Advanced Research Workshop on Algorithms and Model Formulations in Mathematical Programming, juny 1987, Chr. Michelsen Institute, Bergen, Noruega.
- [14] **Nabona, N.** (1988). "Implementació i extensions dels fluxos multiarticle en xarxes per descomposició dictada per preus". Report de Recerca 88/26, Facultat d'Informàtica UPC, 08028 Barcelona.
- [15] **Quintana, V.H. i Chickani A.Y.** (1981). "A stochastic model for mid-term operation planning of hydro-thermal systems with random reservoir inflows". *IEEE Trans. on PAS*, v. PAS-100, pp. 1119-1127.

- [16] **Rosentahl, R.E.** (1981). "A nonlinear network flow algorithm for maximization of benefits in a hydroelectric power system". *Operations Research*, v. 29, pp. 763-786.
- [17] **Sherkat, V.R., Campo R., Moslehi K. i Lo. E.O.** (1985). "Stochastic long-term hydrothermal optimization for a multireservoir system". *IEEE Trans. on PAS*, v. PAS-104, pp. 2040-2050.
- [18] **Sjelvgren, D., Anderson S., Anderson T., Nyberg U. i Dillon T.S.** (1983). "Optimal operations planning in a large hydro-thermal power system". *IEEE Trans. on PAS*, v. PAS-102, pp. 3644-3651.
- [19] **Viramontes, F.A. i Hamilton H.B.** (1978). "Optimal long-range hydro scheduling in the integrated power system". *IEEE Trans. on PAS*, v. 97, pp. 292-299.
- [20] **Wakamori, F.S., Masui S., Morita K. i Sugiyama T.** (1982). "Layered network model approach to optimal daily hydro scheduling". *IEEE Trans. on PAS*, v. PAS-101, pp. 3310-3314.

11. RECONEIXEMENTS

Les idees contingudes en aquest treball han anat madurant com a fruit de converses sobre aquests temes mantingudes amb tècnics de Electra de Viesgo, S.A. de Santander, i de Red Eléctrica, S.A. de Madrid, i d'altres converses i reflexions en comú amb professors del Departament d'Estadística i Investigació Operativa de la Universitat Politècnica de Catalunya. Durant els darrers nou mesos d'aquest treball s'ha comptat amb la financiació provinent d'un conveni entre Red Eléctrica, S.A. i la Universitat Politècnica de Catalunya, establert per al desenvolupament dels programes que implementen els models exposats.

Apèndix 1

CÀLCUL DE LA CONSTANT DE CONVERSIÓ DEL PRODUCTE DESCÀRREGA*COTA A MW

Sistema d'unitats: *MKS*

Desnivell d'aigua: *m*

Per a llarg termini:

Unitats de flux: $\text{Hm}^3/\text{duració de l'interval (llarg termini)}$

Duració de l'interval: *Nd* dies (llarg termini)

Per a cada Hm^3 caient 1 m durant l'interval:

$$\begin{aligned} 1 \text{ Hm}^3 * \frac{10^9 \text{ kg}}{\text{Hm}^3} * 1 \text{ m} * \frac{1}{Nd * 24 \text{ h}} &= \frac{10^9}{24 * Nd} * \text{kgm/h} = \frac{9,8 * 10^9}{24 * 3600 * Nd} * \text{Joule/s} = \\ &= \frac{0,1113426 * 10^6}{Nd} * W = \frac{0,1113426}{Nd} * MW \end{aligned}$$

Aquest coeficient de conversió serà anomenat COE.

La potència elèctrica neta hauria de ser calculada tenint en compte un rendiment (REN) en la conversió de potència mecànica a elèctrica. Aquest rendiment hauria de ser modelitzat com a una funció quadràtica del flux descarregat i del desnivell d'aigua. En l'exercici a realitzar es prendrà aquest rendiment com a constant (diferent per a cada embassament).

Apèndix 2

GENERACIÓ HIDRÀULICA EN FUNCIÓ DEL FLUX DESCARRREGAT I ELS VOLUMS INICIAL I FINAL

COE : coeficient de conversió de potència mecànica a elèctrica

CVB : coeficient de conversió bàsic de volum en desnivell (aproximació de segon ordre $h = CVB + CVL * v + CVQ * v^2$)

CVL : coeficient de conversió lineal de volum en desnivell (aproximació de segon ordre $h = CVB + CVL * v + CVQ * v^2$)

CVQ : coeficient de conversió quadràtic de volum en desnivell (aproximació de segon ordre $h = CVB + CVL * v + CVQ * v^2$)

d : descàrrega

g : generació hidràulica en un cert embassament

v_f : volum final amagatzemat en un embassament (al final de l'interval)

V : volum amagatzemat en un embassament

Quan hi ha una descàrrega d'aigua significativa, en un embassament, tals com les que tenen lloc a cada hora en la Coordinació Hidro-Tèrmica a curt o llarg termini, l'energia mecànica produïda cal que sigui integrada per tal de tenir en compte adequadament la forma de l'embassament. Suposem que tenim un polinomi de segon ordre per a donar desnivell d'aigua *h* en funció del volum emmagatzemat *v*:

$$(Ap. 2.1.) \quad h = CVB + CVL * v + CVQ * v^2$$

Després de canviar en ΔV ($\Delta V > 0$: retenció d'aigua, $\Delta V < 0$: descàrrega d'aigua), el volum final d'aigua amagatzemada serà:

$V + \Delta V$, i un desnivell equivalent h^* de $V + \Delta V$ pot ser calculat com

$$\begin{aligned} h^* \Delta V &= \int_V^{V+\Delta V} h dV = \int_V^{V+\Delta V} (CVB + CVL * V + CVQ * V^2) dV = \\ &= CVB * \Delta V + \frac{CVL}{2} [(V + \Delta V)^2 - V^2] + \frac{CVQ}{3} [(V + \Delta V)^3 - V^3] \end{aligned}$$

el qual un cop simplificat queda:

$$= \Delta V * [CVB + \frac{CVL}{2} [V + (V + \Delta V)]] + \frac{CVQ}{3} (\Delta V)^2 + CVQ * V * (V + \Delta V)$$

d'on

(Ap. 2.2)

$$h^* = CVB + \frac{CVL}{2}[V + (V + \Delta V)] + \frac{CVQ}{3}(\Delta V)^2 + CVQ * V * (V + \Delta V)$$

Tenint en compte que:

$$v_i = V, \quad \text{i que } v_f = V + \Delta V,$$

l'expressió de la generació hidràulica queda:

(Ap. 2.3)

$$g = COE * REN * d * h^*$$

$$= COE * REN * d * [CVB + \frac{CQL}{2}[v_i + v_f] + \frac{CVQ}{3}(v_f - v_i)^2 + CVQ * v_i * v_f]$$

Si suposessim relació cota-volum cúbica

CVC coeficient de conversió cúbic de volum en desnivell
(aproximació de terdcer ordre)

(Ap. 2.4)

$$h = CVB + CVL * v + CVQ8v^2 + CVC * v^3$$

$$h^* \Delta V = CVB * \Delta V + \frac{CVL}{2}[(V + \Delta V)^2 - V^2] + \frac{CVQ}{3}[(V + \Delta V)^3 - V^3] + \frac{CVC}{4}[(V + \Delta V)^4 - v^4]$$

el qual un cop simplificat queda:

$$\begin{aligned} &= \Delta V * \{ CVB + \frac{CVL}{2}[V + (V + \Delta V)] + \frac{CVQ}{3}(\Delta V)^2 + \\ &\quad + CVQ * V * (V + \Delta V) + \frac{CVC}{4}[(V + \Delta V)^2 + \\ &\quad + V^2] * [V + (V + \Delta V)] \} \end{aligned}$$

d'on

$$(Ap. 2.5) \quad h^* = CVB + \frac{CVL}{2}[v_i + v_f] + \frac{CVQ}{3}(v_f - v_i)^2 + CVQ * v_i * v_f + \frac{CVC}{4}(v_i^2 + v_f^2) * (v_i + v_f)$$

Si en el context dels fluxes multi-article es considera que disposem d'aigua fins a la corresponent a l'article k , l'expressió de h^* queda:

$$(Ap. 2.6) \quad h_k^* = CVB + \frac{CVL}{2} * \left[\sum_{j=1}^k (v_i^j + v_f^j) \right] + \frac{CVQ}{3} * \left[\sum_{j=1}^k (v_i^j - v_f^j) \right]^2 + CVQ * \left(\sum_{j=1}^k v_i^j \right) * \left(\sum_{j=1}^k v_f^j \right) + \frac{CVC}{4} \left[\left(\sum_{j=1}^k v_i^j \right)^2 + \left(\sum_{j=1}^k v_f^j \right)^2 \right] * \sum_{j=1}^k (v_i^j + v_f^j)$$

i l'expressió de la generació obtenible de l'aigua fins a l'aportació de l'article k , queda doncs com:

$$(Ap. 2.7) \quad g_k = COE * REN * \left(\sum_j^k d^j \right) * h^*$$

si derivéssim g_k respecte a la descàrrega i els volums inicial i final d'un article j (present entre els k considerats) tenim:

(Ap. 2.8)

$$\frac{\alpha g_k}{\alpha d} = \text{COE} * \text{REN} * h_k^*$$

$$\begin{aligned} \frac{\alpha g_k}{\alpha v_i^j} = & \text{COE} * \text{REN} * \left(\sum_{m=1}^k d^m \right) * \left\{ \frac{CVQ}{2} - \frac{CVQ}{3} \left[\sum_{m=1}^k (v_f^m - v_i^m) \right] + \right. \\ & + CVQ * \left(\sum_m^k v_f^m \right) + \frac{CVC}{4} * \left[\left(\sum_{m=1}^k v_{i;m} \right)^2 + \right. \\ & \left. \left. + 2 * \left(\sum_{m=1}^k v_i^m \right) * \left(\sum_{m=1}^k (v_i^m + v_f^m) \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\alpha g_k}{\alpha v_f^j} = & \text{COE} * \text{REN} * \left(\sum_{m=1}^k d^m \right) * \left\{ \frac{CVQ}{2} + \frac{2 * CVQ}{3} \left[\sum_{m=1}^k (v_f^m - v_i^m) \right] + \right. \\ & + CVQ * \left(\sum_m^k v_i^m \right) + \frac{CVC}{4} * \left[\left(\sum_{m=1}^k v_i^m \right)^2 + \left(\sum_{m=1}^k v_f^m \right)^2 + \right. \\ & \left. \left. + 2 * \left(\sum_{m=1}^k v_f^m \right) * \left(\sum_{m=1}^k (v_i^m + v_f^m) \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$V_j : 1 \leq J \leq k$$

La presència de bombeig no origina problemes bàsicament diferents dels d'una generació normal. El bombeig ha de determinar el valor de h^* en funció dels volums inicials i finals de l'embassament d'aigües amunt, v_{ui} i v_{uf} i de l'embassament aigües avall, v_{ai} i v_{af} de forma que:

(Ap. 2.9)

$$\begin{aligned} h_b^* = & CVBu + \frac{CVLu}{2} [u_{ui} + v_{uf}] + \frac{CVQu}{3} (u_{uf} - v_{ui})^2 + CVQu * v_{ui} * u_{uf} \\ & + \frac{CVCu}{4} (v_{ui}^2 + u_{uf}^2) * (v_{ui} + v_{uf}) \\ & - CVBa \frac{CVAa}{2} [v_{ai} + v_{af}] - \frac{CVQa}{3} (v_{af} - v_{ai})^2 - CVQa * v_{ai} * v_{af} \\ & - \frac{CVCa}{4} (v_{ai}^2 + v_{af}^2) * (v_{ai} + v_{af}) \\ & + h_{ua} \end{aligned}$$

on h_{ua} representa la diferència de cota entre la descàrrega de màquines de l'embassament d'aigües amunt i el d'aigües avall. L'esquema de la fig. 3.1

mostra els nivells d'aigua als embassaments d'aigües amunt i avall en un bombeig.

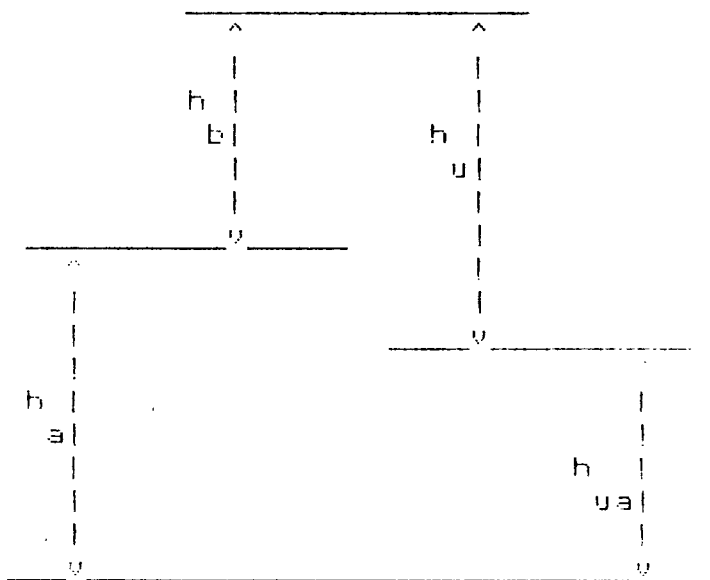


FIG. Ap. 3.1. Esquema de cotes d'aigua en un bombeig

Apèndix 3

PENALITZACIÓ PER VESSAMENT AMB L'EMBASSAMENT NO PLE

Només és admissible el vessament quan l'embassament està del tot ple. El programa pot en canvi vessar aigua d'un o més articles quan l'embassament no està del tot ple per a deixar lloc a altres aigües a arribar posteriorment, del mateix, o d'altres articles (generalment de més alta probabilitat d'ocorrència).

Per evitat això podria introduir-se una constricció no lineal com:

$$(Ap. 3.1) \quad (v^1 + v^2 + \dots + v^k) * (\bar{V} - V^1 - V^2 - \dots - V^k) = 0 \quad k = 1, \dots, k$$

la qual indica que si l'embassament és ple $\bar{V} - V^1 - V^2 - \dots - V^k = 0$ (per a aigües fins a l'article k), pot haver-hi vessament més gran que zero d'aigua fins a l'article k $v^1 + v^2 + \dots + v^k > 0$, altrament cal que $v^1 + v^2 + \dots + v^k = 0$

Per a evitar aquesta constricció no lineal dins del context dels fluxes multi-article sobre xarxes, pot ser afegida una penalització a la funció objectiu per als productes (Ap. 3.1) no zero, amb el terme:

$$(Ap. 3.2) \quad P * \left\{ \sum_{k=1}^k \left[\left(\sum_{j=1}^k v_j \right) * \left(\bar{V} - \sum_{j=1}^k V_j \right) \right] \right\}$$

Amb la qual penalitzem els vessaments indeguts fin aigües de l'article 1, sumats als vessaments indeguts fins a aigües de l'article 2, etc., és a dir:

$$(Ap. 3.3) \quad (P * \{ (v^1) * (\bar{V} - V^1) + (v^1 + v^2) * (\bar{V} - V^1 - V^2) + \dots + \\ + (v^1 + \dots + v^k) * (\bar{V} - V^1 - \dots - V^k) \})$$

Les derivades d'aquesta penalització respecte els vessaments i els volums són, per als vessaments:

$$(Ap. 3.4) \quad \frac{\partial}{\partial v^j} = P * \sum_{i=j}^k \left(\bar{V} - \sum_{j=1}^i V_j \right)$$

és a dir, tindriem p.e. : per a $j = 2$

$$\frac{\partial}{\partial v^2} = P * \{ [\bar{V} - V^1 - V^2] + [\bar{V} - V^1 - V^2 - V^3] + \dots + [\bar{V} - V^1 - \dots - V^k] \}$$

i per els volums:

$$(Ap. 3.5) \quad \frac{\partial}{\partial V^j} = -P * \sum_{i=j}^k \left(\sum_{j=1}^i v_j \right)$$

és a dir, tindriem p.e. : per a $j = 3$

$$\frac{\partial}{\partial V^3} = -P * \{ [v^1 + v^2 + v^3] + \dots + [v^1 + \dots + v^k] \}$$

