QÜESTIIÓ, Vol 14, n° 1,2,3 pp. 181-192, 1990

AFFECTATION DE VÉHICULES AUX ROUTES DANS UN SYSTÈME DE TRANSPORT MULTI–ÉCOLE

ANA M. COBES, ALBERT COROMINAS

Universitat Politècnica de Catalunya

Ce rapport décrit une partie du système TRESCA pour l'organisation du transport scolaire en Andorre. Une fois determinées les routes à emprunter, il convient de leur attibuer des véhicules à l'objet de minimiser les frais. L'algorithme qui a été conçu établit des séquences de routes suivant le modèle d'Orloff, un programme linéal entier et un sous–algorithme glouton.

Assignment of vehicles to routes in a Multi–School Transportation System.

Keywords: Transport scolaire, programmation linéaire entiere

1. INTRODUCTION: CADRE ADMINISTRATIF ET ÉCONOMIQUE

Le transport scolaire est un service d'une importance économique variable, mais dans tous les pays toujours digne d'attention, et dont l'hétérogénéité empche de lui donner un traitement commun. Il existe à ce sujet une abondante littérature scientifique, parmi laquelle on peut citer, pour son caractère panoramique, le travail de **Bodin**, **Golden**, **Assad** et **Ball** (1983).

–Ana M. Cobes, Albert Corominas. Departament d'Organització d'Empreses. E.T.S. d'Enginyers Industrials de Barcelona(Universitat Politècnica de Catalunya). Av. Diagonal, 647. 08028 Barcelona. Espanya.

–Article rebut el setembre de 1989.

Le présent rapport fait référence au transport scolaire dans la Principauté d'Andorre qui, à cause des péculiarités du système politique et administratif andorran, revt une complexité remarquable.

Un total de près de 4.000 écoliers se sert chaque jour du système de transport en commun desservi par plus de 50 véhicules. Le cot du service est supporté par l'Administration de la Principauté, sauf une petite partie qui est à la charge des usagers.

Pour chaque véhicule, le rétribution du transporteur est le résultat de trois composantes, dont deux sont fonction de la capacité du véhicule (quatre capacités différentes sont tenues en compte pour l'établissement du tarif):

A. *Frais d'utilisation du véhicule.*

Il est fonction de la capacité et du nombre de *moments de la journée* o il intervient dans le transport scolaire. Quatre *moments* sont pris en compte: matin, midi (avant le déjeuner), après-midi (après le déjeuner) et soir; l'utilisation du système de transport est beaucoup moins intense à midi et après-midi, étant donné que moins de la moitié des écoliers déjeunent chez eux, le reste le faisant dans les cantines scolaires. Cette composante tient compte du cot d'opportunité puisque le véhicule ne pourra tre destiné à d'autres usages alternatifs et elle est obtenue en multipliant une valeur qui dépend de la capacité du véhicule par un coefficient (≤ 1) obtenu d'un tableau pour une combinaison quelconque des 15 qui peuvent tre formées avec les moments de la journée.

B. *Prix de l'heure.*

Il correspond aux frais de chauffeur et il est, en conséquence, indépendant de la capacité du véhicule. Le temps à facturer comprend celui des parcours des routes et celui des liaisons entre routes consécutives, et peut contenir aussi une constante qui tient compte de l'aller et retour à partir du et jusqu'au garage.

C. *Prix du kilomètre.*

Il comprend aussi les parcours, les liaisons et une constante optionelle qui correspond aux déplacements à partir du et jusqu'au garage. La distance ainsi obtenue est multipliée par un coefficient (frais/km) qui dépend, bien entendu, de la capacité du véhicule.

Une fois connue la demande de transport scolaire, qui se traduit par une matrice rrets-destinations pour chaque niveau scolaire, il s'agit de déterminer:

i) les *routes* (itinéraires à travers un ou plusieurs arrts vers une ou plusieurs écoles et vice-versa),

ii) les ***parcours*** ou ***chanes partielles*** ou ensembles ordonnés de routes qui seront desservies par un mme véhicule à un moment de la journée déterminé (bien entendu, entre la fin d'une route et le début de la suivante appartenant à la mme chane il doit y avoir le temps nécessaire pour que le véhicule puisse se déplacer d'un endroit à l'autre); et

iii) les *parcours journaliers*, c'est à dire les ensembles formés par un parcours partiel pour un ou plusieurs moments de la journée desservis par un mme véhicule.

La structure presque arborescente du réseau routier (déterminée pratiquement par l'orographie), simplifie la conception de routes, puisque dans la plupart des cas il existe un seul itinéraire raisonable entre deux points. Les différences d'horaires entre les centres rendent possibles plusieurs parcours partiels de deux routes et mme quelques fois de trois.

2. LE SYSTÈME TRESCA

Lorsque l'étude à été amorcée, la conception du système de transport se faisait de façon manuelle, avec un support informatique par terminale, limité en essence à l'apport de données et à l'enregistrement des décisions.

Les délais et le budget ne permettaient pas l'optimisation globale du système (ce qui, d'ailleurs, représenterait une difficulté extraordinaire et, en outre, un changement de méthode trop brusque).

C'est pour cette raison que l'objectif proposé a été celui de concevoir et btir un système, appelé TRESCA (TRansport EScolar d'Andorra) capable d'tre utilisé de manière autonome par les responsables du plan de transport scolaire (une fois connues les données nécessaires sur le demande), de réduire le temps et le travail nécessaire pour établir le plan, de rendre plus facile les éventuels et inévitables changements le long de l'année scolaire et d'optimiser certaines décisions au cours de l'établissement du plan.

TRESCA comprend trois sous-systèmes:

a) Gestion du graphe représentatif du réseau routier andorran (comprenant le création et la mise à jour, avec répresentations graphiques et calcul des chemins minimaux entre noeuds).

b) Établissement des routes.

Il s'agit d'un programme interactif qui fournit à l'usager l'information nécessaire pour l'établissement du plan au fur et à mesure des besoins. Il permet d'insérer les arrts aux endroits désirés par l'usager ou de laisser au système la responsabilité de décider la situation d'un arrt en route par rapport à ceux qui ont été déjà fixés. Le système calcule la longueur de la route, le temps de parcours et la capacité minimale nécessaire du véhicule.

c) Détermination de parcours ou de chanes partielles journaliers et attribution de véhicules à ces parcours. La description de ce sous-systèmes est le principal objectif de cet rapport et il est l'objet du point suivant.

3. DÉTERMINATION DE PARCOURS ET ATTRIBUTION DE VÉHICULES

Ce sous-système utilise comme données:

— les archives des distances minimales et des temps nécessaires entre noeuds, provenant du sous-système a).

— les archives de routes, créés dans les sous-système b).

— des renseignements complémentaires fournis par l'usager.

A partir de cette information, le sous-système procède, en gros, à grouper progressivement les routes en créant les ensembles pouvant tre desservis par un mme véhicule, à l'objet de minimiser les frais de l'Administration. D'une façon plus précise, dans une première phase sont déterminés les parcours partiels optimaux pour chaque couple moment de la journée/capacité du véhicule; la deuxième phase consiste à déterminer combien de parcours journaliers de chacun des 15 types possibles sont nécessaires pour chacune des quatre capacités de véhicule, compte tenu du fait qu'un parcours peut tre effectué par un véhicule d'une capacité plus grande que celle qui serait nécessaire; dans la troisième phase, la dernière, on procède à assigner des parcours partiels concrets à chacun des parcours journaliers définis dans la phase précédente. Ce sous-système fournit des archives contenant les routes à parcourir chaque jour par les véhicules desservant le plan de transports.

3.1 Première phase: Détermination de parcours partiels.

On a utilisé le modèle d'ORLOFF (1976), qui consiste à poser un problème d'affectation dont l'optimum peut être obtenu par l'algorithme hongrois. Le modèle tient compte des frais par heure et par kilomètre et un prix fixe par véhicule, ce qui le rend tout indiqué pour le problème du transport scolaire en Andorre.

Son adaptation n'a exigé que quelques changements de détail de peu d'importance, mis à part le fait que le problème est résolu séparément pour chacune des capacités de véhicule considérées dans le tarif (ce qui, d'ailleurs, présente l'avantage de réduire les dimensions de matrices de frais qui y intervennent). C'est la raison pour laquelle nous revoyons le lecteur à l'article d'ORLOFF (1976) cité en référence.

3.2 Deuxième phase: Détermination du nombre de parcours journaliers de chaque classe.

Dans la phase précédente on obtient, parmi d'autres informations, la valeur de $n(i,t)$, nombre de parcours partiels pour chaque capacité de véhicule ($i = 1,2,\ldots,D$; D étant le nombre de capacités différentes considérées dans le tarif) et pour chaque moment de la journée ($t = 1,2,3,4$).

Les parcours journaliers peuvent tre de $2^4 - 1 = 15$ types différents, selon qu'ils comprennent ou non un parcours partiel dans chacun des quatres moments de la journée (évidemment, le cas "vide" ne présente auncun intért).

Il s'agit alors de déterminer $x(i,k)$, c'est à dire le nombre de parcours journaliers de chaque type $k\,(k = 1,2,\ldots,15)$ pour chaque capacité i, compte tenu que, sauf par les circonstances spéciales (routes trop étroites, etc.) qui peuvent tre prises en considération par le système, un parcours partiel qui exige une certaine capacité peut être effectué par un véhicule plus grand.

Il a été établi pour cela un modèle de programmation linéaire entière avec la notation suivante:

- i capacité du véhicule ($i = 1,2,\ldots,D$), en fait avec $D = 4$; l'ordre des valeurs d'i correspond à l'ordre croissant des capacités des véhicules.
- j parcours partiel $[j = 1,2,\ldots,N(i)]$, o $N(i)$ est le nombre de parcours partiels établis au début pour les véhicules de capacité $i\,[N(i) = \sum_t n(i,t)]$; l'ordre des valeurs de j correspond à l'ordre croissant du nombre de kilomètres attaché à chaque parcours partiel.

k type de parcours journalier ($k = 1, 2, \ldots, 15$); chaque type de parcours est défini par un vecteur $[a(k,1), a(k,2), a(k,3), a(k,4)]$ à composantes binaires [$a(k,t) = 1$ dénote un parcours partiel au moment t; $a(k,t) = 0$, signale qu'il n'y a pas de parcours], de façon que $k = \sum_t 2^{t-1} a(k,t)$ moment de la journée ($t = 1, 2, 3, 4$).

Données:

- $n(i,t)$ nombre de parcours partiels qui correspondent au moment de la journée t et qui exigent un véhicule de capacité i.
- $q(i,t,j)$ kilomètres du j–ème parcours partiel du moment de la journée t parmi ceux qui exigent un véhicule de capacité i.
- $Q(i,t,m)$ somme des m premières $q(i,t,j,)$ pour un couple (i,t).
- $A(i)$ nombre de véhicules de capacité i en disponibilité.
- $c(i,k)$ frais d'utilisation référé à un véhicule de capacité i pour un parcours journalier du type k.
- $\delta(i)$ augmentation des frais par kilomètre du fait d'effectuer un parcours exigeant une capacité i avec un véhicule de capacité $i+1$.

Variables:

- $x(i,k)$ nombre de parcours journaliers du type k à effectuer avec des véhicules du type i.
- $r(i,p,t)$ variables entières qui correspondent au nombre de parcours partiels au moment de la journée t exigeant une capacité minimale i avec des véhicules de capacité $i+p$; évidemment $i = 1, 2, \ldots, D-1$ et $r(i,p,t) \leq n(i,t)$, mais il est possible d'établir une cote plus stricte de $r(i,p,t)$, puisqu'à partir d'une certaine valeur de $q(i,j)$ l'augmentation du prix du kilomètre à la suite d'effectuer un parcours avec un véhicule de capacité plus grande que celle qui serait strictament nécessaire ne peut tre compensée par l'épargne dans la composante du tarif associé à l'utilisation du véhicule: ainsi donc, $r(i,p,t) = 0, 1, \ldots, M(i,p,t)$ avec $M(i,p,t) \leq n(i,t)$.
- $R(i,q,t,m)$ variables binaires liées au fait d'effectuer m parcours partiels du moment de la journée t exigeant une capacité minimale i avec des véhicules d'une capacité, *aux moins*, de $i+q$.

Avec cette notation, le modèle proposé est:

$$[\mathrm{MIN}]_z = \sum_{i=1}^{D}\sum_{t=1}^{15} c(i,k)x(i,k) +$$
$$+ \sum_{i=1}^{D}\sum_{t=1}^{k}\sum_{q=1}^{D-i}\sum_{m=0}^{M(i,q,t)} Q(i,t,m)\delta(i+q-1)R(i,q,t,m)$$

(1)
$$\sum_{k=1}^{15} a(k,t)x(i,k) = n(i,t) + \sum_{p=1}^{i-1} r(i-p,p,t) - \sum_{p=1}^{D-i} r(i,p,t) \qquad \forall i,t$$

(2)
$$\sum_{k=1}^{15} x(i,k) \leq A(i)$$

(3)
$$\sum_{m} m\cdot R(i,q,t,m) = \sum_{p\geq q} r(i,p,t) \qquad i=1,\ldots,D-2;\ q\leq D-i;\forall t$$

(4)
$$\sum_{m} R(i,q,t,m) = 1 \qquad i=1,\ldots,D-2;\quad q\leq D-1;\ \forall t$$

Toutes les variables sont entières et non négatives. En particulier, les R sont binaires, mais il n'est pas nécessaire d'imposer cette condition de manière explicite à cause de la présence des contraintes (3) et (4).

La fonction visée comprend les frais d'utilisation des véhicules et l'augmentation du prix du kilomètre du fait de réaliser des parcours avec des véhicules d'une capacité supérieure à celle qui serait strictement nécessaire (le frais par heure sont indépendants des décisions auxquelles ce modèle se rapporte).

Les contraintes (1) expriment que le nombre de parcours partiels qui seront effectués par un véhicules de capacité i au moment t est égal au nombre prévu au début, plus celui qui correspond à des véhicules plus petits et qu'il a été décidé d'effectuer avec des véhicules de capacité i, et moins celui qui correspond à des véhicules de capacité i effectués par des véhicules plus grands.

Les contraintes (2) expriment l'impossibilité d'utiliser plus de véhicules que ceux qui existent pour chaque capacité.

En fin, les (3) établissent la correspondance entre les variables r et R.

Avec $D = 4$ et $M(i,p) = 9 \forall i, p$ le nombre de variables est de 60+24+120=204 et celui des contraintes 16+4+12+12=44. Ces dimensions étaient excessives pour le matériel et le logiciel disponibles, et c'est pour cette raison qu'il a été décidé de fractionner le problème en trois qui seront résolus concécutivement. Dans chacun de ces trois problèmes n'interviennent que deux capacités succesives, plus précisément:

	Capacités
Problème 1	3,4
Problème 2	2,3
Problème 3	1,2

Cet ordre a été fixé compte tenu des valeurs des paramètres qui définissent les tarifs et il pourrait tre différent pour un autre ensemble de valeurs.

Dans les hypothèses précedents, chaque problème n'a ainsi que 30+40 =70 variables et 8+2+4=14 contraintes. Cela permet de la résoudre par l'algorithme classique de Gomory et dans des temps acceptables (de l'ordre de cinq minutes avec un PC-XT sans coprocesseur arithmétique) et, normalment, pour les données réelles, sans avoir recours à plus de trois plans de coupure.

Mme si les variables r ne donnent que le nombre de parcours partiels qui changent la capacité du véhicule, la détermination des parcours partiels dont il s'agit est immédiate: les premiers, dans l'ordre des indices j.

3.3 Troisième phase: Détermination des parcours journaliers.

Une fois la deuxième phase achevée, le cot du plan de transport est déjà déterminé. Mais, pour le rendre opératif, il faut concrétiser quels parcours partiels appartiennent à chaque parcours journalier (rappelons que l'on n'a déterminé que le nombre de parcours journaliers de chaque type pour chaque capacité).

Les parcours journaliers sont établis un par un par ordre décroissant du nombre de parcours partiels qu'ils contiennent. Le but est d'obtenir qu'un parcours journalier soit constitué par des parcours partiels "similaires"; cette similitude est evaluée par un indice dont le calcul sera détaillé plus loin.

Pour chacun des parcours journaliers on part des parcours partiels qui n'ont pas encore été attribués, on retient le couple le plus favorable (celui qui présente un plus fort indice de similitude) et (si le parcours journalier comprend plus de deux parcours partiels) on calcule son indice de similitude avec tous ceux qui pourraient contribuer à le compléter; celui qui présente l'indice le plus élevé est retenu. On procède pareillement jusqu'à la définition du parcours journalier concerné. La troisième phase finit quand tous les parcours journaliers pour chacune des capacités de véhicules son déterminés.

L'indice de similitude est calculé pour chaque pair de parcours partiels (a, b) correspondant à deux moments de la journée différents à partir de l'expression:

$$S(a,b) = [s'(a,b)]^{\beta} \cdot [s''(a,b)]^{(1-\beta)}$$

o β est un paramètre de valeur comprise entre 0 et 1:

$$s'(a,b) = |A' \cap B'| \Big/ \left\{ \min(|A'|,|B'|)]^{\alpha} \cdot |A' \cup B'|^{(1-\alpha)} \right\}$$

$$s''(a,b) = |A'' \cap B''| \Big/ \left\{ \min(|A''|,|B''|)]^{\alpha} \cdot |A'' \cup B''|^{(1-\alpha)} \right\}$$

o:

- α paramètre compris entre 0 et 1.
- $|C|$ nombre d'éléments d'un ensemble C.
- A', B' ensembles de couples (arrt, niveau scolaire) qui correspondent aux parcours a et b, respectivament.
- A'', B'' ensemble de trios (arrt, destination, niveau scolaire) qui correspondent aux parcours a et b, respectivament.

L'indice de similitude entre un *ensemble* de parcours partiels et un autre parcours partiel, c, est obtenu en additionnant les indices de chaque élément de l'ensemble avec le parcours partiel c.

4. IMPLANTATION, RÉSULTATS ET PERSPECTIVES

Le système TRESCA agit avec un microordinateur PC ou compatible de 512 K et disque dur, avec ou sans coprocesseur arithmétique (en fait, celui qui est utilisé ne comporte pas cet accessoire).

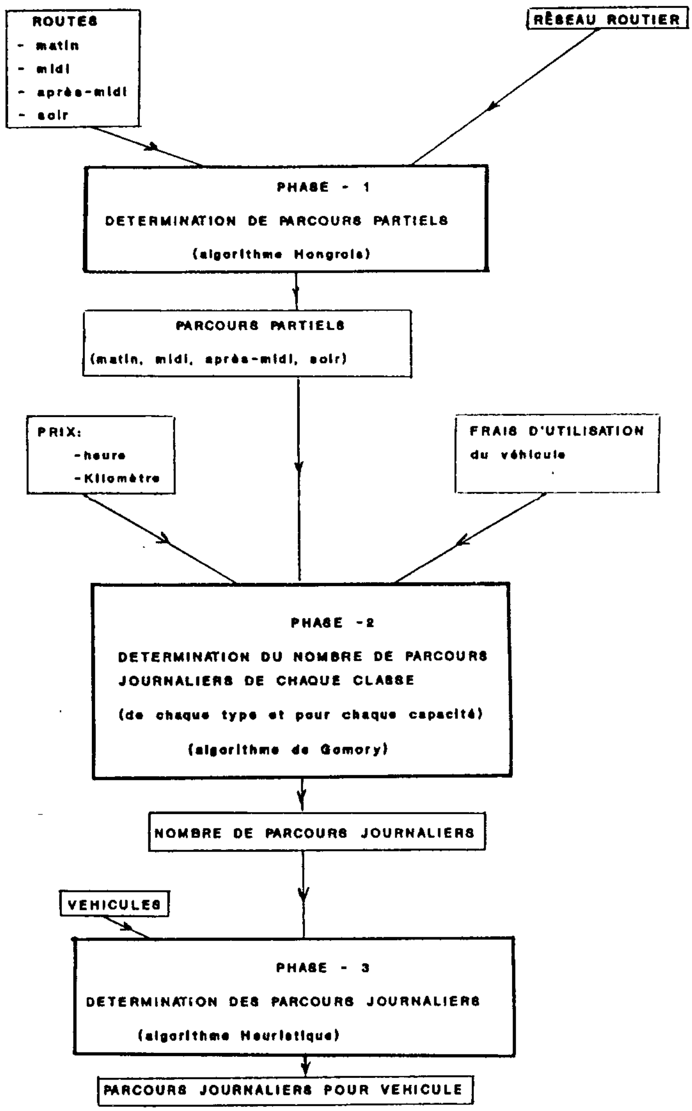
Les algorithmes hongrois et de Gomory employés sont standard. Pour celui de Gomory (le programme employé est, avec quelques légères modificacions, celui contenu en **Gillett** (1976), des indications on été données auparavant au sujet du temps d'exécution et du nombre d'itérations. Quant a l'algorithme hongrois, les temps d'exécution varient selon la dimension du problème d'affectation, entre 5 minutes pour ceux contenant un plus petit nombre de routes et quelques 20 minutes pour les plus grands (à peu près 50 routes).

Dans l'ensemble, la détermination de parcours et l'attibution de véhicules à ces parcours peut tre effectué dans une journée de travail.

Le système a reçu un accueil favorable de la part de ses usagers et est employée de manière effective à l'élaboration du plan de transport scolaire pour la prochaine année. La réduction de frais obtenue avec le sous–système de définition de parcours et d'attibution de véhicules appliqué aux routes définies par des méthodes manuelles est de l'ordre du 5%, ce qui représente, en une seule année, un 100% des frais d'établissement de tout le système TRESCA, (y comprennant le matériel).

Le développement futur prévisible de TRESCA est une plus grande automatisation de la conception de routes qui prenne en considération l'influence des décisions qui la concernent sur les étapes suivantes dans l'élaboration du plan de transport scolaire.

SCHÈMA DES PHASES



5. RÉFÉRENCES

[1] **Bodin, L.D., Golden, B.L., Assad, A. y Ball, M.** (1983). *Routing and Scheduling of Vehicles and Crews. The State of the Art.* Computers & Operations Research, 10, pp. 69-211.

[2] **Gillett, B.E.** (1976). *Introduction to Operations Research. A Computer-Oriented Algorithmic Approach.* McGraw–Hill.

[3] **Orloff, C.S.** (1976). *Route Constrained Fleet Scheduling.* Transportation Science, 10, pp. 149-168.