**PROBLEMA N. 83**

Los estimadores de regresión lineal multivariante (que incluyen al estimador de regresión lineal univariante tradicional) verifican que para todo $\varepsilon > 0$, existe $\varepsilon' = \varepsilon/(k+1) > 0$, tal que

$$1 \geqslant P\left\{\left|\hat{\overline{Y}} - \overline{Y}\right| < \varepsilon = (k+1)\,\varepsilon'\right\} =$$

$$= P\left\{\left|\overline{y} - \overline{Y} + \sum_{j=1}^{k} b_j\left(\overline{X}_j - \overline{x}_j\right)\right| < (k+1)\,\varepsilon'\right\} \geqslant$$

$$\geqslant P\left\{\left|\overline{y} - \overline{Y}\right| < \varepsilon', |b_1|\left|\overline{x}_1 - \overline{X}_1\right| < \varepsilon', \ldots, |b_k|\left|\overline{x}_k - \overline{X}_k\right| < \varepsilon'\right\} =$$

$$= P\left(\bigcap_{j=0}^{k}\left\{\left|\overline{x}_j - \overline{X}_j\right|\left|b_j\right| < \varepsilon'\right\}\right) \geqslant$$

$$\geqslant P\left(\bigcap_{j=0}^{k}\left\{\left|\overline{x}_j - \overline{X}_j\right| < \varepsilon'/b\right\}\right) \longrightarrow 1$$

cuando $n \longrightarrow \infty$, donde $b_0 = 1, \overline{x}_0 = \overline{y}$ es consistente para $\overline{X}_0 = \overline{Y}$, y además $\overline{x}_j$ es consistente para $\overline{X}_j$ $(j = 1, 2, \ldots, k)$. También hemos denotado por $b$ a la cota

$$b = \sup\{|b_i| : i = 0, 1, 2, \ldots, k\} < \infty.$$

La convergencia a 1 (cuando $n \longrightarrow \infty$) puede demostrarse por inducción en $k = 1, 2, \ldots$, lo que concluye la demostración.

M. Ruiz Espejo
UNED

Housila P. Singh
Vikram University